

# Сравнительный графический анализ искажений некоторых картографических проекций

С.В. Ктитров<sup>1</sup>, Д.А. Рысляев<sup>2</sup>

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0002-7963-9151, [svkstitrov@mephi.ru](mailto:svkstitrov@mephi.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0001-6781-1519, [rislaev97@gmail.com](mailto:rislaev97@gmail.com)

## Аннотация

Статья посвящена проблеме искажения размеров и формы протяженных объектов на картах при проецировании земной поверхности. Рассматриваются различные типы проекций, кратко приводится их классификация. Для анализа выбраны проекции Меркатора, Альберса, Каврайского и азимутальная равнопромежуточная.

В зависимости от выбранной проекции искажения имеют различный характер. Указывается, что традиционные графические методы демонстрации искажений, такие как эллипсы искажений, не могут дать полную картину для протяженных объектов без дополнительных расчетов. Для решения задачи быстрого и наглядного выявления искажений в данном случае авторы предлагают подход, основанный на совмещении спроецированных объектов.

С целью выявления областей с наименьшими искажениями проведен анализ методов проецирования на основе частных коэффициентов масштаба. Приводятся как выражения для коэффициентов, так и графические зависимости от широты и долготы. В качестве способа получения наименее искаженной фигуры предлагается использование проекции Меркатора при смещении фигуры в область экватора. Таким образом может быть получена фигура на плоскости, наиболее близкая по форме и размерам объекту на земной поверхности.

Проведены сравнения различных модельных объектов – параллелограмм, прямоугольник, окружность, ромб при расположении как в районе экватора, так и на 60 параллели. Методом совмещения продемонстрированы искажения, получаемые при различных методах проецирования.

Визуализация выполнена с использованием авторского программного обеспечения – программы моделирования СИНУС-Д, а также специально разработанных программ на языке C++, где проводится предварительная подготовка данных, проецирование, смещение объектов и программе на языке Python, использующей сторонние библиотеки для отображения объектов на фоне земного шара.

Подход к анализу представления картографической информации, предлагаемый авторами и реализованный в разработанных авторами программах, может быть полезен прежде всего при изучении особенностей картографических проекций, однако имеет и практический потенциал при повседневном использовании для облегчения планирования деятельности и более точного учета и распределения ресурсов.

**Ключевые слова:** картографическая проекция, визуализация, сравнительный анализ, погрешность, искажения, эллипс искажений, частный коэффициент масштаба.

## 1. Введение

При решении задач планирования хозяйственной деятельности, навигационных задач, обеспечения транспортной доступности, устранения последствий стихийных бедствий важно максимально точно отображать границы областей, линии и расстояния на картах. В том случае, когда рассматриваемые области имеют достаточно

протяженный характер, неизбежны искажения и погрешности, возникающие вследствие отображения шарообразной поверхности Земли на плоскость карты. К настоящему времени предложен целый ряд картографических проекций, решающих задачи минимизации погрешностей по различным критериям. Достоинства и недостатки проекций хорошо известны и подробно описаны в литературе [1,2]. Однако, при описании искажений как правило используются общие формулы и локальные дифференциальные характеристики, что не позволяет прикладному пользователю карт легко оценить и предсказать общие интегральные погрешности, которые возникнут в конкретном случае. Облегчить учет таких погрешностей позволяет более детализированная информация, изложенная в статье.

Одним из признаков, используемых в классификации Каврайского, является характер искажений [3]. По характеру искажения проекции делятся на:

1. Равноугольные (конформные) – здесь углы и азимуты передаются без искажений. Как следствие, в таких проекциях сохраняется подобие для бесконечно малых частей. Картографическая сетка в таких проекциях ортогональна. На картах, использующих такие проекции, можно измерять углы и азимуты, также на них удобно производить измерение расстояний по любым направлениям.

2. Равновеликие (эквивалентные) – здесь масштаб площадей всегда остается постоянным и равным единице, а это означает, что площади передаются без искажений. На картах в таких проекциях можно делать сопоставление площадей.

3. Равнопромежуточные (эквидистантные) – здесь масштаб по одному из главных направлений сохраняется и равен единице.

4. Произвольные – здесь присутствуют все виды искажений. Суть применения таких проекций заключается в наиболее равномерном распределении искажений на карте и удобстве решения некоторых практических задач.

В данной статье рассматриваются четыре проекции, различающиеся по характеру искажений:

- Проекция Меркатора;
- Проекция Альберса;
- Азимутальная равнопромежуточная проекция;
- Проекция Каврайского.

Учитывая возможность одновременного присутствия на карте искажений различного типа, наряду с аналитическими зависимостями искажений от географических координат, для анализа искажений удобно использовать их представление в виде графиков, а также отображение модельных фигур в исследуемых методах проецирования. Последняя задача решается при помощи разработанного авторами программного обеспечения, в том числе и для решения рассматриваемой задачи.

## **2. Проблема традиционных подходов визуализации погрешностей картографических проекций**

Для того, чтобы наглядно отобразить характер искажений, используют эллипсы искажений. Эллипс искажения (индикатриса Тиссо) – это бесконечно малый эллипс в каждой точке на карте, который является изображением бесконечно малой окружности на Земной поверхности, с помощью которого производится обобщённая характеристика искажений картографических проекций.

Это хороший способ визуализации локальных дифференциальных характеристик, однако точно передать эти характеристики возможно только при бесконечно малых размерах эллипса. В общем случае даже для близлежащих точек параметры эллипсов искажений могут существенно отличаться. Тем не менее общепринят подход, при котором эллипсы изображают на условной сетке с постоянным шагом, причём размеры эллипсов имеют значительную величину. На рис. 1 представлены эллипсы

искажений для проекции Меркатора. По размерам и форме эллипсов визуально можно определить относительный коэффициент масштаба и искажения по различным направлениям в точке, являющейся центром эллипса.

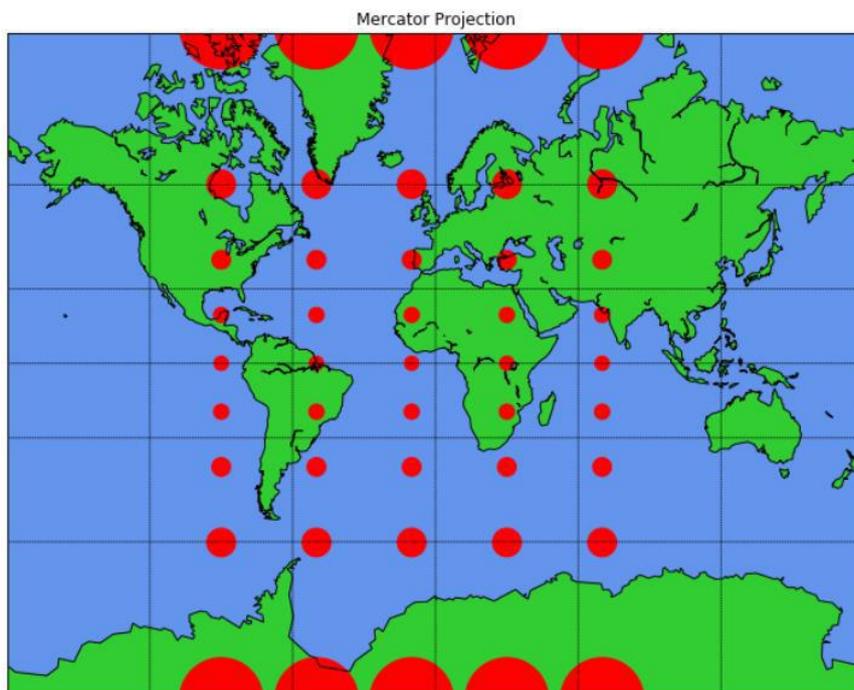


Рис 1. Эллипсы искажений проекции Меркатора

Условность размеров эллипса искажения может вводить в заблуждение. Зачастую, размер и форма эллипсов искажений, построенных для точек на границе рассматриваемого эллипса или даже для его внутренних точек, могут существенно отличаться от рассматриваемого. Если для различных точек проецируемого объекта параметры эллипсов искажений различаются существенно для задачи, в рамках которой используется проекция, то такой объект назовем протяженным. Определяющими факторами могут быть не обязательно размеры объекта, а его местоположение и способ проецирования.

Приведём пример. Для проекции Меркатора карта эллипсов искажений показывает, что окружности не изменяют форму, увеличивается лишь их радиус. Более того, можно встретить представление о преобразовании окружности в окружность, что верно лишь в отношении бесконечно малых радиусов. Если такая трактовка будет перенесена на случай окружностей существенных радиусов, неизбежны ошибки. Так, окружность с центром на полюсе должна отобразиться в прямую линию, а для окружности с центром на 45 параллели и радиусом в несколько тысяч километров на карте часть полуокружности ближе к полюсу будет иметь заметно большую площадь, чем приэкваториальная часть. Деформация окружности значительных размеров иллюстрируется рис. 2. Желтая точка на рис. 2 – это центр окружности. Соответственно, отчетливо видна разница площадей верхней и нижней части окружности в проекции Меркатора.

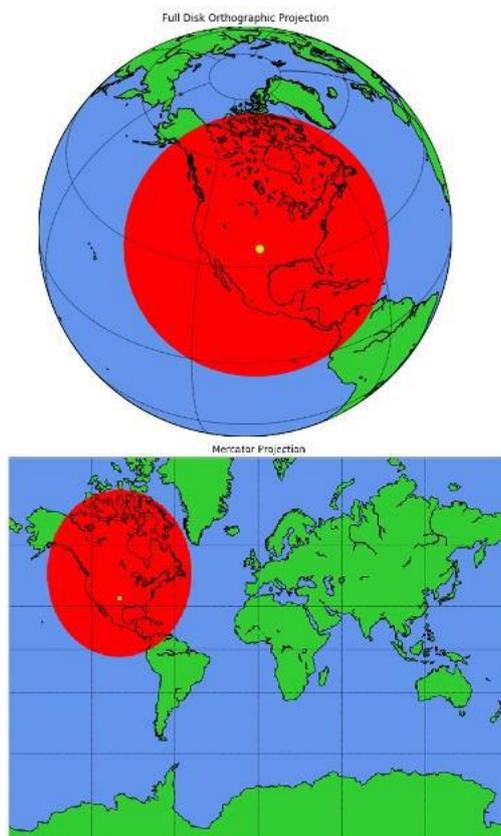


Рис. 2. Отображение окружностей значительных размеров в проекции Меркатора

Таким образом, применение эллипсов искажений не может быть единственным способом первичной визуальной оценки искажений на карте.

Рассмотренные выше проблемы использования эллипсов искажений хорошо известны профессиональным картографам, однако наличие и количественный характер таких искажений для большинства может стать сюрпризом или потребует сложных вычислений, неуместных в условиях ограничения времени. Для преодоления указанных трудностей авторами предлагается использовать сочетание анализа зависимости коэффициентов масштабов от координат с подходом к визуализации, основанным на отображении объектов и областей, имеющих конечные, существенные для проявления искажений размеры.

### 3. Анализ частных коэффициентов масштаба

Частный масштаб – отношение бесконечно малого отрезка на карте к бесконечно малому отрезку на проецируемой поверхности [4]. Для проводимого сравнительного анализа точности представления Земли шаром достаточно, при этом формулы становятся существенно проще. В этом случае частные масштабы вычисляются по формулам

$$k = \frac{1}{R \cos \phi} \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \lambda}\right)^2}; \quad (1)$$

$$h = \frac{1}{R} \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial \phi}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \phi}\right)^2}, \quad (2)$$

где  $R$  – радиус Земли,  $\phi$  – широта,  $\lambda$  – долгота,  $X$ ,  $Y$  – координаты на проекции,  $k$ ,  $h$  – частные масштабы по параллели и меридиану соответственно.

Проанализируем искажения некоторых распространенных проекций с использованием частных масштабов.

Проекция Меркатора – это равноугольная цилиндрическая проекция, которая сохраняет углы между направлениями. Преобразование координат выполняется по формулам:

$$X = R\lambda; \quad Y = R \ln \left( \operatorname{tg} \left( \frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right),$$

откуда согласно (1), (2) частные масштабы

$$k = h = \frac{1}{\cos \phi}.$$

Равенство частных масштабов обеспечивает равноугольность проекции. Масштаб увеличивается к полюсам, достигая на них бесконечности, пропорционально ему также изменяются радиусы эллипсов искажения, являющихся окружностями (рис.1). Наибольшие искажения размеров объектов проявляются вблизи полюсов (рис. 3).

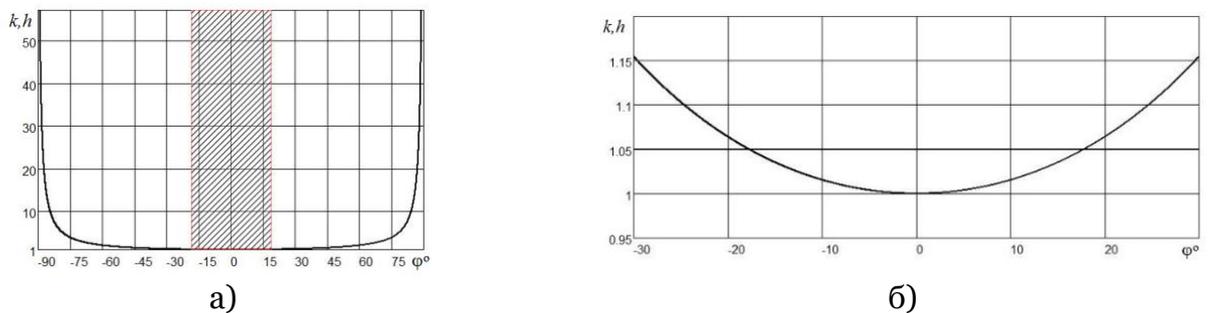


Рис. 3. Зависимость частного масштаба от широты для проекции Меркатора

Вблизи полюсов на 89 параллели масштаб возрастает приблизительно в 57 раз относительно масштаба на экваторе, где он равен 1. Масштаб отклоняется от 1 не более чем на 5% между параллелями 18° (рис. 3а, отмечено штриховкой, более крупно рис. 3б).

Другой подход к проецированию используется в проекции Альберса. Проекция Альберса является конической проекцией. Проецирование осуществляется на поверхности конуса, секущего Землю по двум параллелям. Вершина конуса расположена на продолжении земной оси. Параллели нормальной сетки представляются дугами концентрических окружностей, а меридианы – их радиусами, углы между которыми пропорциональны соответствующим разностям долгот. Проекция Альберса используется для отображения регионов, растянутых в широтном направлении (с запада на восток). Данная проекция сохраняет площадь объектов, но искажает углы и форму контуров. Проецирование осуществляется по следующим формулам:

$$\begin{aligned} X &= p \sin \theta; \\ Y &= p_0 - p \cos \theta; \\ p &= \frac{1}{n} \sqrt{C - 2n \sin \phi}; \\ p_0 &= \frac{1}{n} \sqrt{C - 2n \sin \phi_0}; \\ \theta &= n(\lambda - \lambda_0); \\ C &= \cos^2 \phi_1 + 2n \sin \phi_1; \end{aligned}$$

$$n = \frac{1}{n(\sin \phi_1 + \sin \phi_2)}.$$

Здесь  $\phi_0, \lambda_0$  – широта и долгота точки, которая служит началом координат в проекции на плоскости;  $\phi, \lambda$  – широта и долгота точки на поверхности Земли;  $X, Y$  – декартовы координаты той же точки на проекции;  $\phi_1, \phi_2$  – главные параллели. Вычисления по (1), (2) дают:

$$h = \frac{\cos \phi}{\sqrt{1 + \sin \phi_1 \sin \phi_2 - \sin \phi (\sin \phi_1 + \sin \phi_2)}}; \quad k = \frac{\sqrt{1 + \sin \phi_1 \sin \phi_2 - \sin \phi (\sin \phi_1 + \sin \phi_2)}}{\cos \phi}$$

Графики зависимости частных масштабов  $h$  и  $k$  от широты  $\phi$  представлены на рис. 4, эллипсы искажений на рис. 5. При построении использовались следующие параметры:  $\phi_0 = -20^\circ, \lambda_0 = -50^\circ, \phi_1 = -30^\circ, \phi_2 = 40^\circ$ .

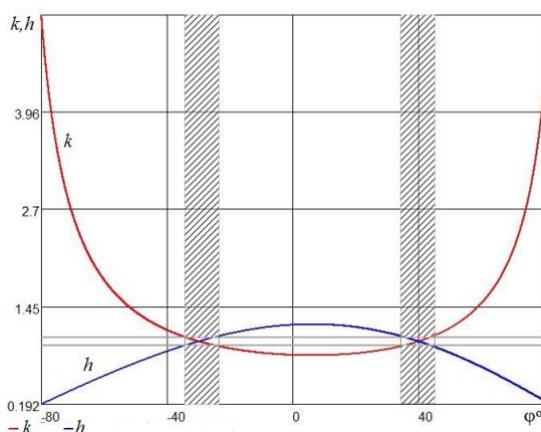


Рис. 4. Зависимости частных масштабов  $k(\phi)$  и  $h(\phi)$  для проекции Альберса

Оба коэффициента равны единице при  $\phi = -30^\circ$  и  $\phi = 40^\circ$ , а при отдалении от данных значений величина искажений растет. Области, в которых частные масштабы отличаются от единицы не более чем на 5% (на рис. 4 отмечены штриховкой), невелики, их диапазон не более  $9^\circ$ . Коэффициент площадных искажения всегда будет равен единице.



Рис. 5. Отображение эллипсов искажений в проекции Альберса

На рис.5 выделены две главные параллели  $\phi_1 = -30^\circ$  и  $\phi_2 = 40^\circ$  – на них искажений не наблюдается. Однако, эллипсы, расположенные южнее  $\phi_1$  или севернее  $\phi_2$ ,

растягиваются вдоль долгот, а те эллипсы, что находятся между ними растягиваются вдоль широт. Искажения нарастают с отдалением от главной параллели.

Теперь рассмотрим азимутальную равнопромежуточную проекцию, относящуюся к классу азимутальных. Такие проекции могут быть получены проецированием земной поверхности на плоскость, касательную к земному шару. Также, азимутальные проекции классифицируются по расположению точки касания на глобусе. В рамках данной работы используется полярная (нормальная) проекция. Это означает, что плоскость касается земного шара в точке полюса (в данном случае южного полюса).

Преимущество рассматриваемой проекции состоит в сохранении азимутального направления и пропорций расстояния от центральной точки. В полярной проекции все меридианы прямые, расстояния от полюса отображаются верно. От выбора центральной точки  $(\phi_1, \lambda_0)$  зависит сложность проецирования. Точка на плоскости, заданная  $(\theta, p)$ , проецируется в декартовы координаты следующим образом:

$$\begin{aligned} X &= p \sin \theta; \\ Y &= -p \cos \theta, \end{aligned}$$

где  $\theta$  – азимутальным угол,  $p$  – длина дуги вдоль большого круга между центральной и проецируемой точками. В общем случае связь между координатами  $(\theta, p)$  и широтой/долготой  $(\phi, \lambda)$  задается уравнениями:

$$\begin{aligned} \cos \frac{p}{R} &= \sin \phi_1 \sin \phi + \cos \phi_1 \cos(\lambda - \lambda_0); \\ \tan \theta &= \frac{\cos \phi \sin(\lambda - \lambda_0)}{\cos \phi_1 \sin \phi - \sin \phi_1 \cos \phi \cos(\lambda - \lambda_0)}. \end{aligned}$$

Когда центральной точкой является южный полюс, то  $\phi_1 = -\frac{\pi}{2}$ , а  $\lambda_0$  может быть любым, поэтому удобнее всего присвоить ему значение 0, что существенно упрощает формулы:

$$\begin{aligned} p &= R \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right); \\ \theta &= \lambda. \end{aligned}$$

Подставляя выражения для декартовых координат в выражения (1), (2), получим частные масштабы

$$\begin{aligned} h &= 1; \\ k &= \frac{\phi + \pi / 2}{\cos \phi}. \end{aligned}$$

На рис. 6 представлен график зависимости коэффициента  $k$  от широты с указанием области, где искажение не превышает 5%, на рис. 7 – эллипсы искажений для рассматриваемой проекции.

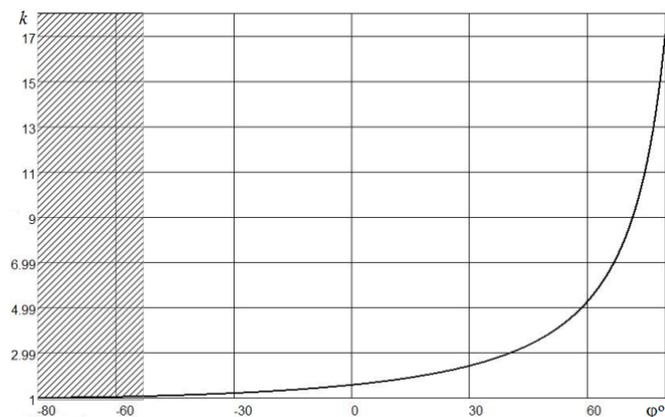


Рис. 6. Зависимость коэффициента частного масштаба  $k$  от широты для азимутальной равнопромежуточной проекции

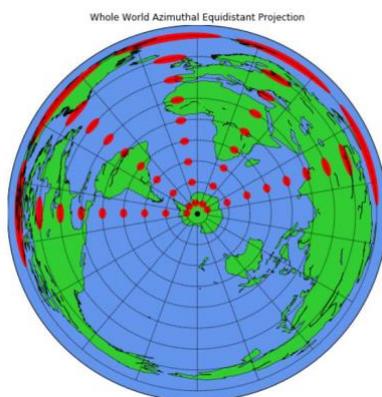


Рис. 7. Отображение эллипсов искажений в азимутальной равнопромежуточной проекции

В качестве примера произвольной проекции используем проекцию Каврайского. Это компромиссная проекция, направленная на минимизацию искажений по всей поверхности земного шара. Проекция Каврайского является псевдоцилиндрической проекцией общего назначения. Здесь параллели изображаются в виде прямых параллельных линий, а меридианы - в виде кривых, симметричных относительно среднего прямолинейного меридиана. Проекция осуществляется по следующим формулам ( $\phi$ ,  $\lambda$  – широта и долгота точки на поверхности Земли,  $X$ ,  $Y$  – координаты на проекции):

$$X = \frac{3\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi^2}{3} - \phi^2};$$

$$Y = \phi.$$

Согласно (1), (2) получим частные коэффициенты масштаба:

$$k = \frac{\sqrt{3(\pi^2 - 3\phi^2)}}{2\pi \cos \phi};$$

$$h = \sqrt{\frac{27\lambda^2\phi^2}{\pi^2(\pi^2 - 3\phi^2)} + 1}$$

На рис. 8 приведены зависимости коэффициентов  $k$  от широты, а также  $h$  от долготы.

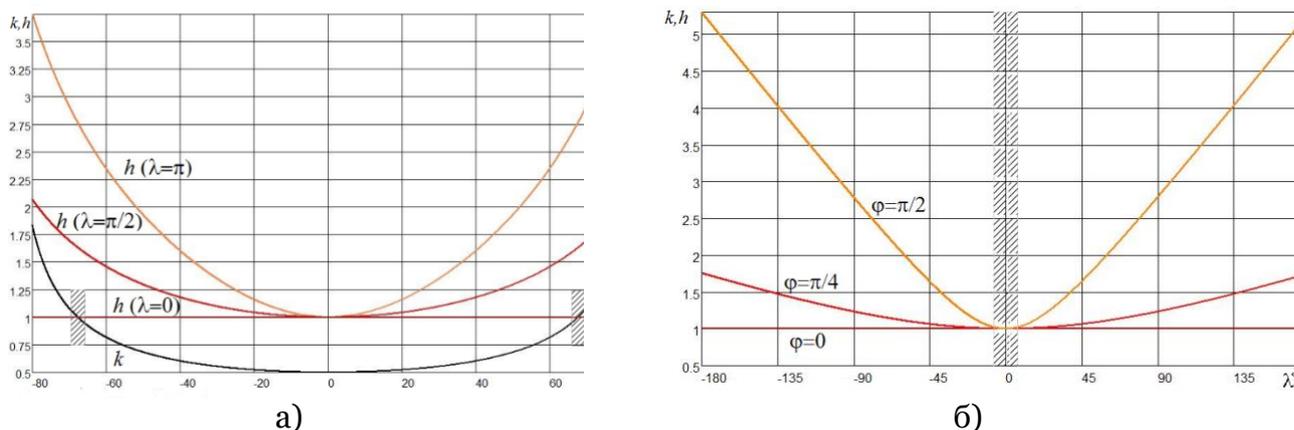


Рис. 8. Коэффициенты частных масштабов для проекции Каврайского

Минимальные искажения для данной проекции достигаются в точке (0,0). Учитывая, что коэффициент  $h$  одновременно зависит от  $\varphi$  и  $\lambda$ , области, в которых искажения не превышают 5% могут быть отмечены только вблизи  $\lambda=0$  (что отмечено штриховкой). На рис. 9 приводится отображение эллипсов искажений при использовании проекции Каврайского.

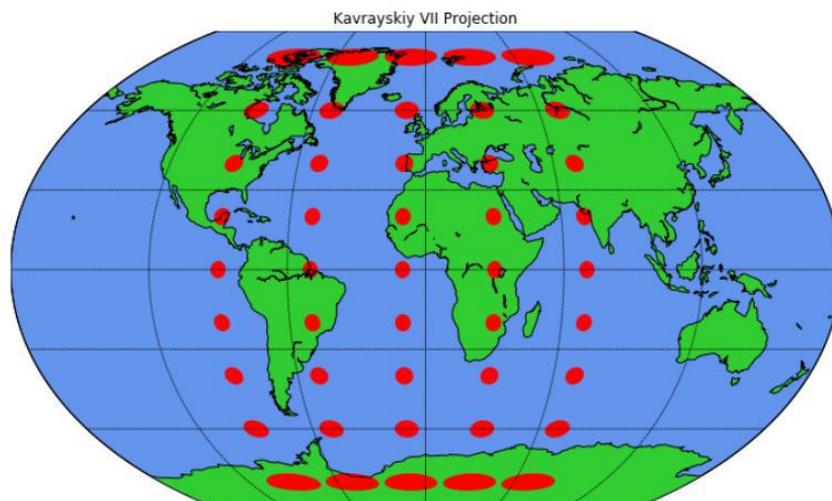


Рис. 9. Отображение эллипсов искажений в проекции Каврайского

Так как данная проекция имеет искажения по всем параметрам, её основная область применения – это географические карты. Здесь производится минимизация всех возможных искажений, а, следовательно, карта будет отображать наилучшее общее представление о форме земной поверхности.

#### 4. Методика оценки погрешностей проецирования протяженных объектов

Оценка погрешностей отображения и искажения формы и размеров протяженных объектов только на основе частных коэффициентов масштаба затруднительна и требует проведения вычислений.

По мнению авторов наглядным было бы наложение изображения неискаженного объекта на ее отображение на карте. Так как неискаженная фигура в действительности расположена на шаре, то в случае, если она не является дугой или окружностью, могут возникнуть вопросы к форме и размерам фигуры для наложения. Решение проблемы видится в использовании проецировании фигуры на плоскость с наименьшими искажениями размеров и формы. На основе проведенного выше анализа можно

предложить использовать проекцию Меркатора, считая что экватор проходит через центр масс фигуры. Изменение широты фигуры на  $\Delta\phi$  можно выполнить следующими преобразованиями [5]:

$$\phi_2 = \arcsin(\sin \phi_1 \cos \Delta\phi - \cos \phi_1 \sin \Delta\phi \cos \lambda_1);$$

$$\lambda_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg} \phi_1 \sin \Delta\phi}{\sin \lambda_1} + \cos \Delta\phi \operatorname{ctg} \lambda_1\right),$$

где  $\lambda_1, \phi_1$  – долгота и широта точки исходной фигуры, а  $\lambda_2, \phi_2$  – смещенной.

В качестве модельной фигуры используем параллелограмм. Прежде всего, рассмотрим его отображения в приэкваториальной области. На рис. 10 представлен тестовый параллелограмм на шарообразной Земле, на рис. 11-14 – с использованием рассмотренных ранее проекций.



Рис. 10. Отображение параллелограмма на Земном шаре

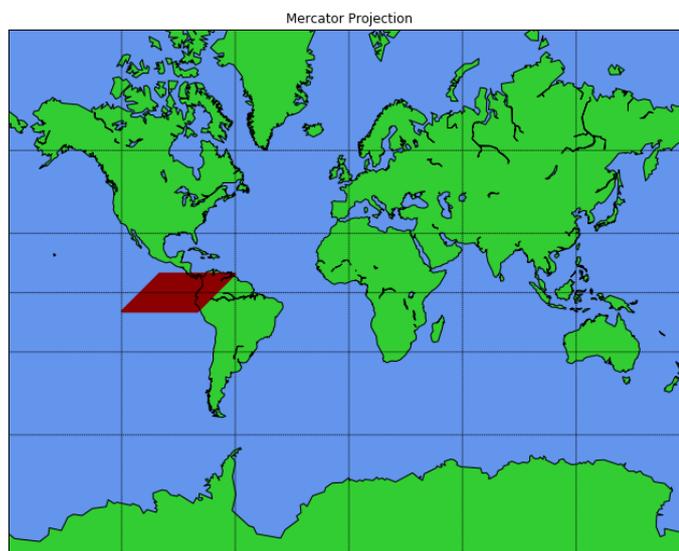


Рис. 11. Отображение параллелограмма в проекции Меркатора

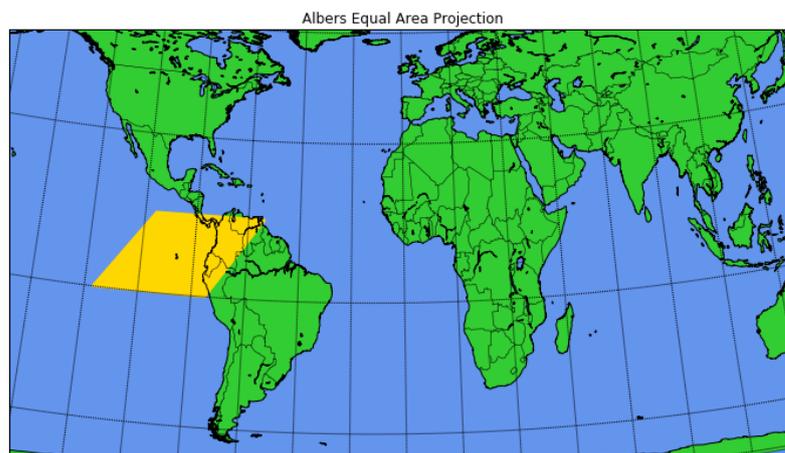


Рис. 12. Отображение параллелограмма в проекции Альберса

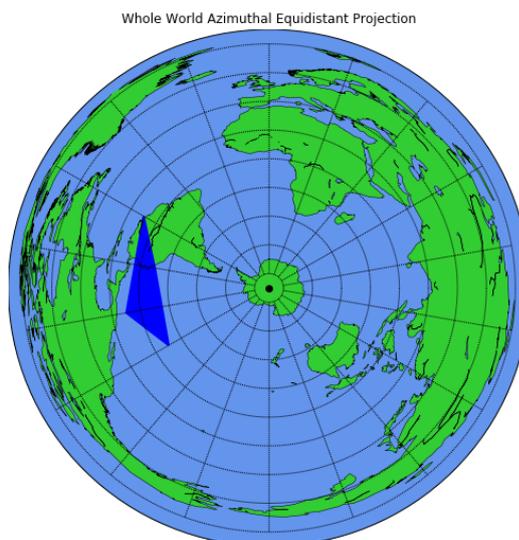


Рис. 13. Результат наложения искаженной фигуры в азимутальной равнопромежуточной проекции на оригинальную

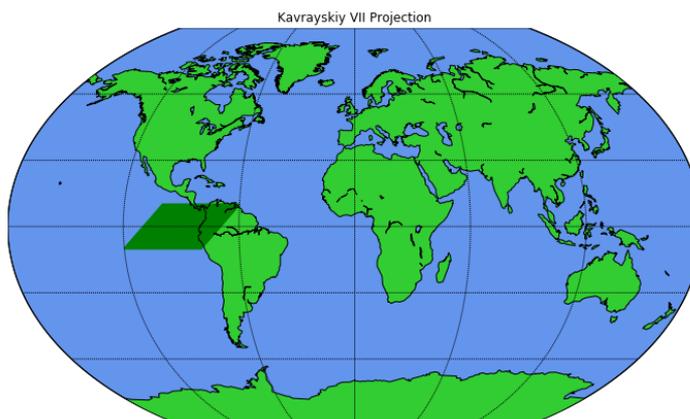


Рис. 14. Отображение параллелограмма в проекции в проекции Каврайского

Приведенные рисунки позволяют получить количественное и качественное представление о характере искажений для каждой анализируемой проекции. Чтобы еще более наглядно отобразить искажения, происходящие с параллелограммом, на рис. 15 отображены искаженные фигуры поверх оригинальной в едином масштабе.

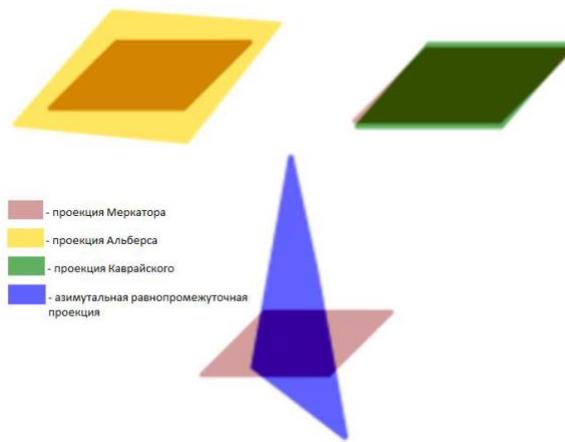


Рис. 15. Попарное наложение искаженных параллелограммов на оригинальный

Такое сравнение позволяет сравнить искажения как по величине, так и по форме. Проведенное сравнение хотя и не требовало смещения фигуры на экватор, но продемонстрировало различие результатов проецирования.

Результаты совмещения проекций по предложенной методике для фигур с центром на 60 параллели приведены на рис.16-19, где цифрами обозначены:

- 1 – эталонная фигура;
- 2 – проекция Меркатора;
- 3 – проекция Альберса,  $\phi_1 = 20^\circ$ ,  $\phi_2 = 40^\circ$ ;
- 4 – азимутальная равнопромежуточная проекция,  $\phi_1 = \pi / 2$ ,  $\lambda_0 = 0$ ;
- 5 – проекция Каврайского.

Для проведения сравнительного анализа спроецированные фигуры перемещены, координатная сетка построена в предположении единичных частных коэффициентов масштаба и приведена для оценки величины искажений.

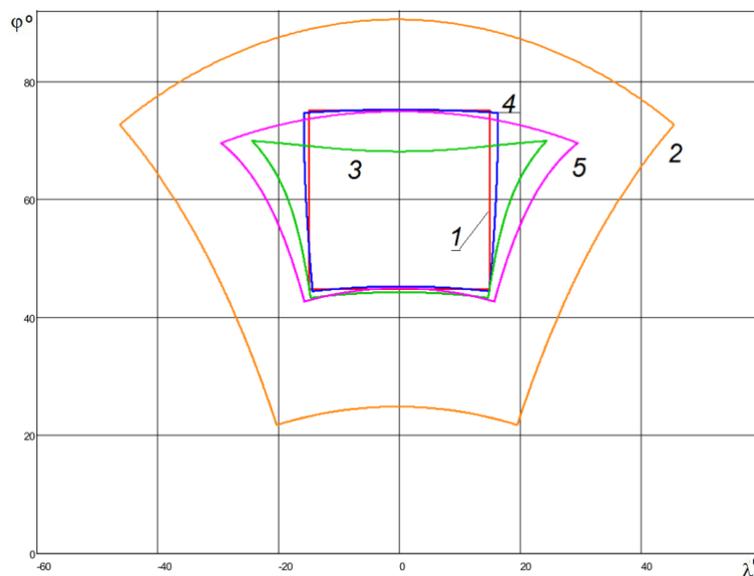


Рис. 16. Сравнение проекций прямоугольного объекта

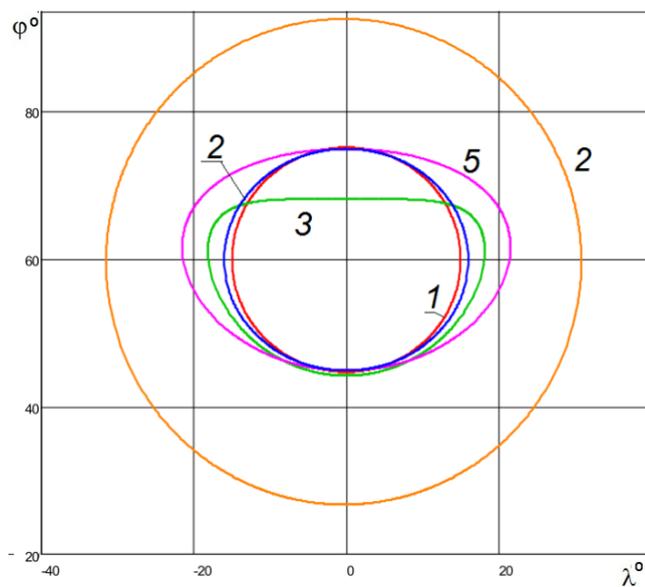


Рис. 17. Сравнение проекций окружности

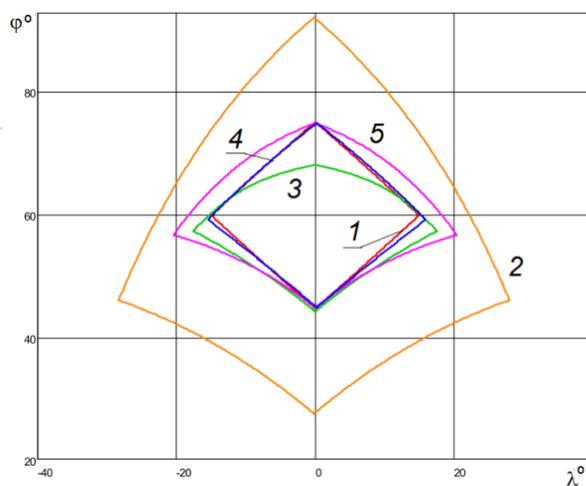


Рис. 18. Сравнение проекций ромба, образованного дугами большого круга

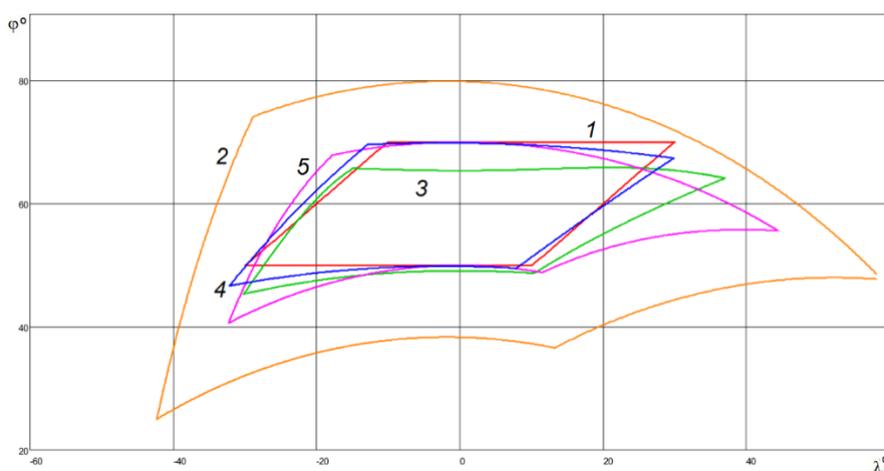


Рис. 19. Сравнение проекций параллелограмма, образованного дугами большого круга и параллелями

Сравнительный анализ, основанный на совмещении эталонной фигуры и проекции наглядно демонстрирует наличие существенных искажений формы и размеров для

всех рассмотренных проекций. Проекция Меркатора показала худшие результаты для данного местоположения объекта. С другой стороны, именно в проекции Меркатора (но в приэкваториальной области) выполнены эталонные фигуры. Для рассмотренных примеров наилучшие результаты показала азимутальная равнопромежуточная проекция благодаря удачному выбору центральной точки. Как видно из проведенного сравнения, характер искажений меняется в зависимости от широты и способа проецирования, что следует учитывать при работе с картографической информацией для наилучшего представления объекта в каждом конкретном случае.

## **5. Разработанное программное обеспечение**

Для получения изображений на фоне карты авторами разработана специализированная программа визуализации геометрических искажений на картах. Программа написана на языке Python с использованием библиотеки Basemap [6]. Basemap – это библиотека для построения 2D-данных на картах в Python. Она не выполняет никаких построений самостоятельно, но предоставляет средства для преобразования координат в одну из 25 различных картографических проекций (с использованием библиотеки PROJ.4 C). Кроме того, библиотека используется для построения контуров, изображений, векторов, линий или точек в преобразованных координатах.

Графики частных коэффициентов масштабов и изображения фигур в различных проекциях выполнены в авторской программе моделирования СИЛУС-Д [7]. Для подготовки данных разработана программа на языке C++, реализующая картографическое проецирование и поворот системы координат.

## **6. Заключение**

При работе с картографической информацией важное значение имеет учет искажений, вносимых при проецировании земной поверхности на карту. Наряду с классическими средствами визуализации искажений, такими как эллипсы искажений, исследование частных коэффициентов масштабов, может быть использован сравнительный графический анализ, основанный на совмещении результатов проецирования с проекцией, имеющей наиболее близкие к реальному объекту форму и размеры. Для выбора референсного проецирования были рассмотрены некоторые распространенные проекции и проведен анализ вносимых ими искажений, основанный на исследовании частных коэффициентов масштаба.

Реализация предложенного авторами подхода была выполнена в разработанном ими программном обеспечении, позволяющем показать искажения наглядно и провести не только качественный, но и оценочный количественный анализ. Разработанное авторами программное обеспечение делает проведение такого анализа простым и оперативным

Подход к анализу представления картографической информации, предлагаемый авторами и реализованный в разработанных авторами программах, может быть полезен прежде всего при изучении особенностей картографических проекций, однако имеет и практический потенциал при повседневном использовании для облегчения планирования деятельности и более точного учета и распределения ресурсов при необходимости одновременной работы с картами разных масштабов, в частности, в задачах метеорологии, природопользования, рыболовства, при ликвидации чрезвычайных ситуаций, таких как затопление или лесные пожары.

## **Список литературы**

1. Лебедева О.А. Картографические проекции. - М.:Новосибирск, 2000.- 35 с.
2. Запорожченко А.В. Картографические проекции и методика их выбора для создания карт различных типов. - М.:Панорама, 2007.- 148 с.

3. Классификация картографических проекций [Электронный ресурс] - Режим Доступа: <http://kadastrua.ru/kartografiya/340-klassifikatsiya-kartograficheskikh-proektsij.html>, свободный – (Дата обращения 12.12.2020)
4. Бугаевский Л.М. Математическая картография. – М.:Златоуст. – 1998. – 400 с.
5. Вентцель М.К. Сферическая тригонометрия. – М.:Изд-во геодезической и картографической л-ры, 1948. – 154 с.
6. Basemap Documentation [Электронный ресурс] - Режим Доступа: <https://matplotlib.org/basemap/index.html>, свободный – (Дата обращения 23.11.2020).
7. Ktitrov S.V. Conception and Development Experience of "SINUS-D" Software for Rapid Visualization of Dynamic Systems Simulation // Scientific Visualization, 2017, Vol.9 №3, pp.1-13.

# Comparative Graphical Analysis of Distortions of Some Cartographic Projections

S.V. Ktitrov<sup>1</sup>, D.A. Ryslyayev<sup>2</sup>

National Research Nuclear University MEPhI  
(Moscow Engineering Physics Institute), Russian Federation

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0002-7963-9151, [svkttitrov@mephi.ru](mailto:svkttitrov@mephi.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0001-6781-1519, [rislaev97@gmail.com](mailto:rislaev97@gmail.com)

## **Abstract**

The article is devoted to the problem of distortion of the size and shape of extended objects on maps when projecting the Earth's surface. Various types of projections are considered, their classification is briefly given. The Mercator, Albers, Kavraisky and azimuthal equidistant projections were selected for analysis.

Distortions differ depending on the projection. It is pointed out that traditional graphical methods of distortion demonstration, such as distortion ellipses, cannot give a complete picture for extended objects without additional calculations. The authors propose an approach based on combining projected objects to solve the problem of rapid and visual detection of distortions.

Scale coefficients of projection methods were been analyzed to identify areas with the minimal distortion. Both expressions for coefficients and graphical dependences on latitude and longitude are given. It is proposed to use the Mercator projection when the figure is shifted to the equator region as a way to obtain the minimal distorted figure. Thus, a figure on a plane can be obtained. It is closest in shape and size to an object on the earth's surface.

Comparisons are carried out for various model objects (parallelogram, rectangle, circle, rhombus) located both near the equator and at the 60th parallel. The combination method demonstrates the distortion produced by various projection methods.

Visualization is performed by means of the author's software including the SINUS-D program for system simulation, as well as specially developed programs in C++ where preliminary data preparation, projection, displacement of objects are carried out and a program in Python that uses third-party libraries to display objects against the background of the globe.

The approach to the analysis of the representation of cartographic information proposed by the authors and implemented in the programs developed by the authors can be useful primarily in studying the features of cartographic projections, but it also has practical potential in everyday use to facilitate the planning of activities and more accurate accounting and allocation of resources.

**Keywords:** cartographic projection, visualization, comparative analysis, error, distortion, distortion ellipse, scale factor.

## **References**

1. Lebedeva O.A. Kartograficheskie projektsii [Cartographic Projections]. - M.: Novosibirsk, 2000 [in Russian].
2. Zaporozhchenko A.V. Kartograficheskie projektsii I metodika ih vybora dlya sozdaniya kart razlichnyh tipov [Cartographic Projections and Methods of Their Selection for Creating Maps of Various Types]. - M.: Panorama, 2007 [in Russian].
3. <http://kadastrua.ru/kartografiya/340-klassifikatsiya-kartograficheskikh-proektsij.html> [in Russian].

4. Bugaevsky L.M. Matematicheskaya kartografiya (Mathematical Cartography). - M.: Zlatoust, 1998 [in Russian].
5. Wentzel M.K. Sfericheskaya trigonometriya (Spherical Trigonometry). - M.: Publishing House of Geodesic and cartographic literature, 1948 [in Russian].
6. <https://matplotlib.org/basemap/index.html>
7. Ktitrov S.V. Conception and Development Experience of "SINUS-D" Software for Rapid Visualization of Dynamic Systems Simulation // Scientific Visualization, 2017, Vol.9 N<sup>o</sup>3, pp.1-13.