

## Моделирование и визуализация взрыва в песчаном грунте. Расчет и эксперимент

В.А. Кузьмин<sup>1,A,B</sup>, В.А. Кикеев<sup>2,C,D</sup>, С.И. Герасимов<sup>3,A,B,C,D</sup>, В.И. Ерофеев<sup>4,C</sup>,  
В.П. Гандурин<sup>5,A</sup>, Н.А. Трепалов<sup>6,A</sup>, Е.Г. Косяк<sup>7,B</sup>, П.Г. Кузнецов<sup>8,B</sup>

<sup>A</sup> Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики

<sup>B</sup> Саровский физико-технический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ»

<sup>C</sup> Институт проблем машиностроения РАН - филиал Института прикладной физики РАН

<sup>D</sup> Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексева

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0002-7141-0408, [v\\_a\\_kuzmin@mail.ru](mailto:v_a_kuzmin@mail.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0002-2375-0803, [vkikeev@mail.ru](mailto:vkikeev@mail.ru)

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0002-6850-0816, [s.i.gerasimov@mail.ru](mailto:s.i.gerasimov@mail.ru)

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0002-6637-5564, [erfo4@mts-nn.ru](mailto:erfo4@mts-nn.ru)

<sup>5</sup> ORCID: 0000-0002-8988-1304, [v.gandurin@yandex.ru](mailto:v.gandurin@yandex.ru)

<sup>6</sup> ORCID: 0000-0002-5131-1736, [natrepalov@mail.ru](mailto:natrepalov@mail.ru)

<sup>7</sup> ORCID: 0000-0001-6291-2396, [keg@sarfti.ru](mailto:keg@sarfti.ru)

<sup>8</sup> ORCID: 0000-0003-2691-206X, [kpg@sarfti.ru](mailto:kpg@sarfti.ru)

### Аннотация

Теневой фоновый метод активно используется для визуализации течений, возникающих в газовой среде. Вместе с тем возможности метода можно использовать для визуализации возмущений в непрозрачной сплошной среде. В этом случае помимо традиционной скоростной видеосъемки используется «фоновый экран» в виде начальной неоднородной случайно распределенной картины зерен поверхности самой изучаемой среды. При распространении возмущений на этом участке они визуализируются с использованием кросс-корреляционного анализа. Представляет интерес определения чувствительности метода в приложении важных задач зондирования сред путем заглубленных подрывов. Дополнительным преимуществом применения теневого фонового метода является наглядная верификация с его помощью используемых численных решений.

В работе рассмотрено экспериментально-расчетное исследование взрыва заряда взрывчатого вещества в сухом песчаном грунте плотностью  $\rho \approx 1,5 \text{ г/см}^3$ . При проведении эксперимента применялась оптико-физическая регистрация процесса развития возмущения на поверхности грунта. С использованием кросскорреляционного алгоритма обработки изображений определялись диаметры зоны возмущения и высота купола. Также приведены результаты численного моделирования. Сравнение расчетных и экспериментальных данных о высоте выброса песчаного грунта показало их удовлетворительное соответствие, что свидетельствует об адекватности применяемой математической модели.

**Ключевые слова:** песчаный грунт, взрыв в грунте, возмущение, купол грунта, математическая модель, численное моделирование.

## 1. Введение

Развитие цифровых систем регистрации и обработки изображений существенно расширило возможности оптических методов диагностики. Среди методов цифровой обработки изображений, в области оптико-физической регистрации, наибольшее распространение получил кросскорреляционный алгоритм. Данный алгоритм с успехом применяется в теневом фоновом методе [1] и в методе цифровой трассерной визуализации [2]. Применение кросскорреляционной обработки позволяет кроме качественных данных получать количественную информацию об исследуемой среде. Получаемые таким образом экспериментальные данные позволяют проводить верификацию методик численного моделирования, что продемонстрировано в работах [3 – 6].

Целью настоящей работы явилось исследование взрыва в сухом песчаном грунте, верификация численной методики, отработка методики оптико-физической регистрации возмущения свободной поверхности грунта. Результаты работы в дальнейшем планируется положить в основу определения глубины подрыва заданной массы тротилового эквивалента взрывчатого вещества или массы тротилового эквивалента взрывчатого вещества на заданной глубине.

## 2. Постановка эксперимента

Экспериментальное исследование подземного взрыва проводилось путем высокоскоростной видеорегистрации поверхности песчаного грунта (рисунок 1). Проведено два эксперимента, в которых осуществлялся подрыв цилиндрического заряда взрывчатого вещества (ВВ) расположенного на глубине  $h$  от свободной поверхности поля (0,55 м в эксперименте № 1, 0,5 м в эксперименте № 2). Масса заряда ВВ в тротиловом эквиваленте составляла 0,113 кг. Инициирование заряда осуществлялось с помощью высоковольтного генератора (ВГ). Синхронно с запуском ВГ производился запуск высокоскоростной видеокамеры. Видеорегистрация производилась с периодом следования кадров 0,24 мс, временем экспонирования кадра 50 мкс и разрешением матрицы видеокамеры 1440×700 пикселей. Видеорегистрация осуществлялась с расстояния  $Z=32$  м. Пространственное разрешение схемы видеорегистрации в области эпицентра взрыва составило 0,6 pixel/mm.

В экспериментах зарегистрирована однотипная картина образования купола грунта и его расширение. Начиная с момента времени  $\sim 60$  мс с купол начинает фрагментироваться. Движение частиц грунта вверх продолжается до  $\sim 570$  мс, затем происходит смена направления движения. На рисунке 2, в качестве примера, представлены фрагменты видео регистрации, полученные при проведении эксперимента № 1.

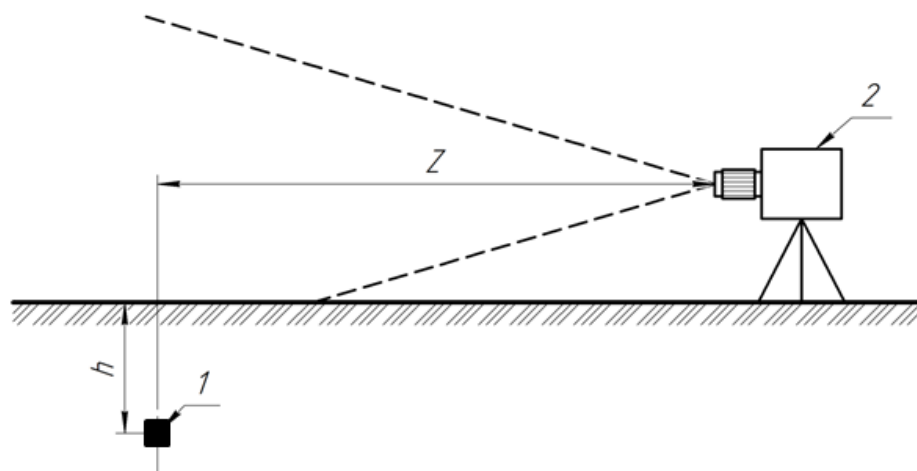


Рисунок 1 – Схема видеорегистрации: 1 – заряд ВВ, 2 – высокоскоростная видеокамера

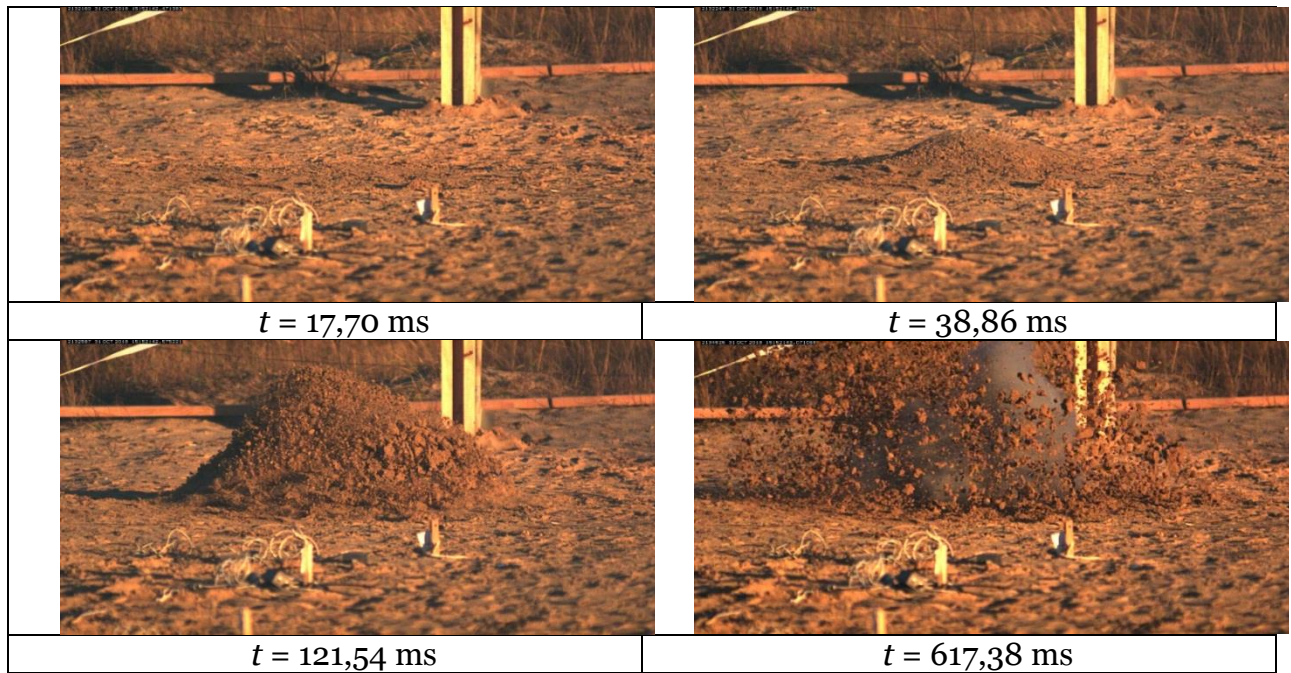


Рисунок 2 – Фрагменты видео регистрации области эпицентра заглубленного под-  
рыва заряда ВВ

### 3. Численное моделирование

Численное моделирование проводилось с использованием явного решателя на трехмерной эйлеровой сетке.

Система уравнений, описывающих течение среды [7], имеет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \left( \mathbf{v} \right) + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \\ \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \nabla \mathbf{v} \left( \mathbf{v} \right) = \operatorname{div} \sigma \\ \rho \frac{\partial E}{\partial t} + \rho \nabla E \left( \mathbf{v} \right) = \sigma \cdot \dot{\varepsilon} \end{cases} \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность среды,  $\mathbf{v}$  – вектор скорости среды,  $\mathbf{F}$  – векторное поле массовых сил,  $\sigma$  – тензор напряжений,  $\dot{\varepsilon}$  – тензор скоростей деформаций,  $E$  – внутренняя энергия,  $t$  – текущее время.

Напряженно-деформированное состояние в точке расчетной области определялось общей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= -p \cdot \delta_{ij} + s_{ij} \\ p &= p(\rho, E), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений,  $s_{ij}$  – девиатор тензора напряжений,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $p$  – гидростатическое давление, заданное уравнением состояния (УРС).

Геометрические параметры расчетной модели показаны на рисунке 3. Каждой части расчетной модели соответствует своя математическая модель материала.

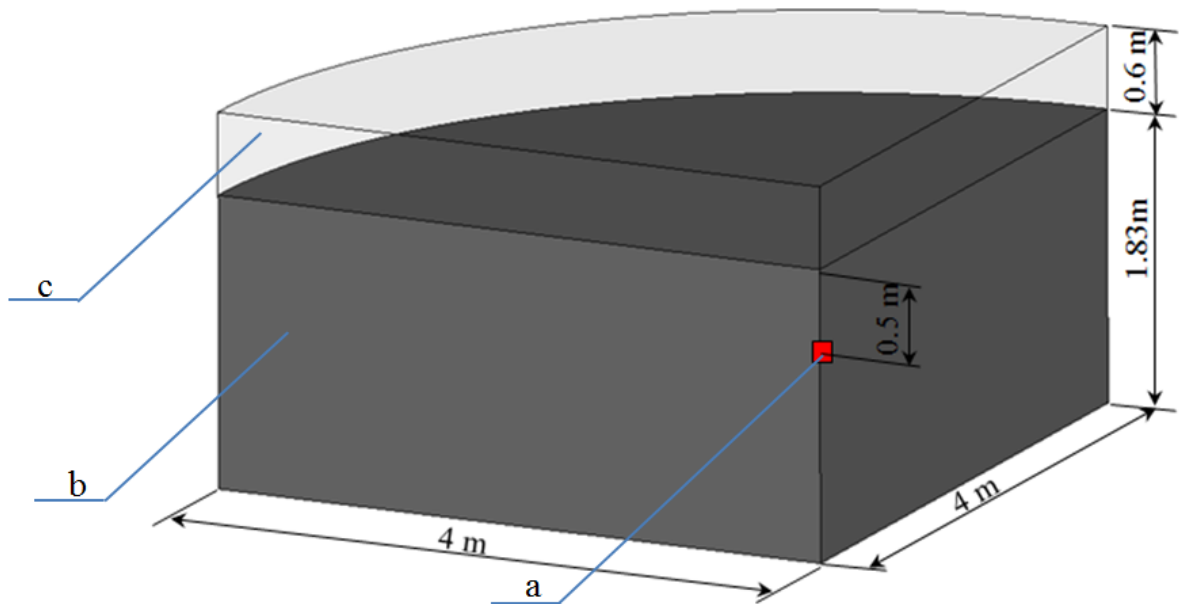


Рисунок 3 - Геометрия расчетной модели: а - взрывчатое вещество, б - песчаный грунт, с - воздух

Воздух в расчете описывался сплошной средой с уравнением состояния идеального газа:

$$p = (\kappa - 1) \frac{\rho}{\rho_0} E \quad (3)$$

где  $\kappa = 1,4$  - показатель адиабаты,  $E$  - внутренняя энергия на единицу объёма,  $\rho_0$  - начальная плотность.

Для задания материала ВВ использовалась специальная модель взрывчатого вещества, позволяющая моделировать детонацию и течение продуктов взрыва [8, 9]. Давление в элементе ВВ в каждый момент времени определяется по формуле

$$p = F \cdot p(\rho, E), \quad (4)$$

где  $F = \max(F_1, F_2)$  - доля выгорания взрывчатого вещества,  $F_1 = \frac{\rho \cdot D^2}{P_{CJ}} \left(1 - \frac{V}{V_0}\right)$ ,

$F_2 = \frac{2D(t - t_b)}{3\Delta x}$ ,  $\rho$  - плотность ВВ,  $D$  - скорость детонации,  $P_{CJ}$  - давление Чепмена-Жуге,  $t_b$  - время выгорания элемента,  $\Delta x$  - характерный размер элемента.

УРС для продуктов детонации ВВ принято в форме Джонса-Уилкинса-Ли [8, 10]:

$$p(\rho, E) = A \cdot \left(1 - \frac{\varpi}{R_1 \cdot V}\right) e^{-R_1 V} + B \left(1 - \frac{\varpi}{R_1 \cdot V}\right) e^{-R_2 V} + \frac{\varpi \cdot E}{V}, \quad (5)$$

где  $V = \frac{\rho_0}{\rho}$  - относительный объем продуктов детонации ВВ в процессе взрыва,  $A$ ,  $B$ ,

$R_1$ ,  $R_2$ ,  $\omega$  - эмпирические константы,  $E$  - внутренняя энергия, отнесенная к единице объёма,  $\varpi = -\left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln V}\right)_S - 1$  - при расширении продуктов взрыва до величины  $V > 10$ ,  $S$  - энтропия.

Уравнению (1) соответствует изоэнтропа продуктов взрыва:

$$p_s = A \cdot e^{-R_1 V} + B e^{-R_2 V} + C \cdot V^{-(1+\varpi)} \quad (6)$$

Параметры модели материала ВВ, принятые в соответствии с [11], приведены в табл.1.

Параметры УРС ВВ взяты в соответствии с [11] и приведены в табл. 2.

Таблица 1 - Параметры модели материала ВВ

Плотность ВВ $\rho, \text{kg/m}^3$	Скорость детонации $D, \text{km/s}$	Давление Чепмена-Жуге $P_{CJ}, \text{GPa}$
1821	8,48	34,2

Таблица 2 - Параметры уравнения состояния продуктов детонации ВВ

$A, \text{GPa}$	$B, \text{GPa}$	$R_1$	$R_2$	$\omega$
748,6	13,38	4,5	1,2	0,38

Упругие свойства песчаного грунта принимались согласно табл. 3 [12].

Таблица 3 - Упругие свойства песка

Плотность песка $\rho_0, \text{g/cm}^3$	Модуль сдвига $G, \text{MPa}$	Коэффициент Пуассона $\nu$
1,5	150	0,3

Зависимость предела текучести песка от давления  $P$  определялась соотношением в соответствии с [13]

$$Y = Y_0 + \frac{\mu P}{1 + \frac{\mu P}{(Y_1 - Y_0)}}, \quad (7)$$

где  $Y_0$  – сцепление (прочность при нулевом давлении)

$Y_1$  – величина, ограничивающая сверху интенсивность сдвиговых напряжений:

$$Y_1 = 50 \exp\left(\frac{-20.7W}{1+W}\right) \text{ МПа} [13], W - \text{весовая влажность в долях единицы, } \mu = 2 \cdot \text{tg}\varphi - \text{величина, связанная с коэффициентом внутреннего трения, } \varphi - \text{угол внутреннего трения.}$$

Значения параметров  $Y_0, Y_1$  и  $\mu$  приводятся в табл. 4.

Таблица 4 - Параметры песчаного грунта, принятые в расчете [12]

Плотность песка $\rho_0, \text{g/sm}^3$	Значение параметра		
	$Y_0, \text{MPa}$	$Y_1, \text{MPa}$	$\mu$
1,5	0,01	8	0,91

Графический вид зависимости предела текучести от давления приводится на рисунке 4.

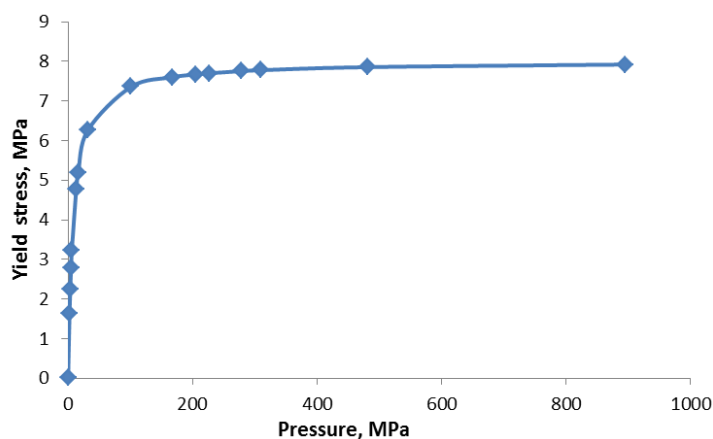


Рисунок 4 – Зависимость предела текучести от давления

График зависимости логарифма относительного объема от давления при сжатии песчаного грунта показан на рисунке 5. На графике  $V/V_0 = 1 - \theta$ , где  $V$  - текущий объем,  $V_0$  - начальный объем,  $\theta$  - объемная деформация. Зависимость объемной деформации от давления имеет вид [14]

$$P = \frac{\rho_0 \cdot A^2 \theta}{\left(1 + \frac{4 \operatorname{tg} \varphi}{3}\right) \cdot (1 - B \cdot \theta)^2} \quad (8)$$

где  $\operatorname{tg} \varphi = 0,6$  – тангенс угла внутреннего трения,  $A = 511 \text{ m/s}$  - коэффициент ударной адиабаты [12],  $B = 1,72$ , - коэффициент ударной адиабаты [12].

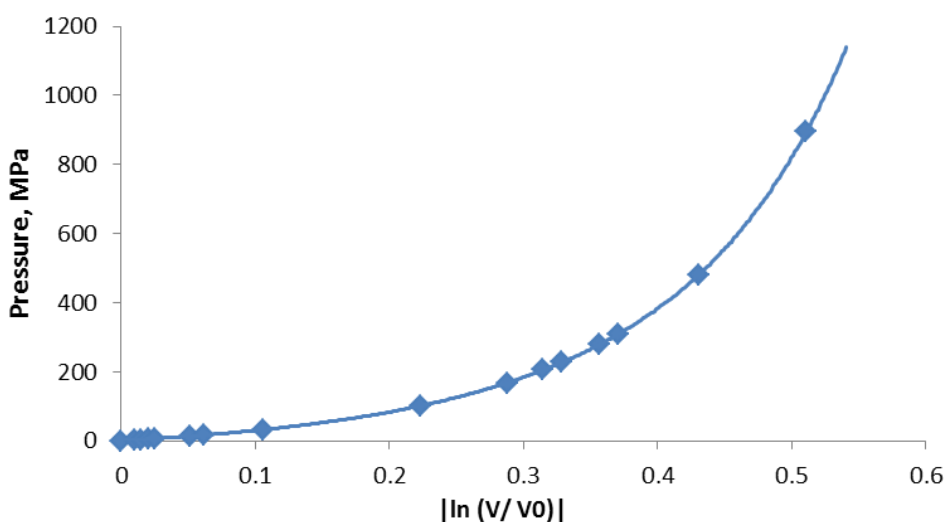


Рисунок 5– Зависимость деформации от давления

Модуль разгрузки для различных значений плотности  $\rho$  определяется по формуле [14]

$$K = \rho \frac{d f(\rho)}{d \rho} \quad (9)$$

где  $f(\rho) = p$  - функция зависимости плотности от давления.

Численное моделирование проводилось с использованием явного решателя на трехмерной эйлеровой сетке.

#### 4. Анализ полученных результатов

Видеоинформация, полученная в экспериментах, использовалась для определения высоты купола песчаного грунта ( $H$ ) в дискретные моменты времени. Прямое измерение высоты купола по кадрам видеорегистрации вызвало трудности, в особенности при малых значениях  $H$ , связанные с идентификацией верхней точки купола грунта. Для решения данной задачи была применена кросскорреляционная обработка кадров видеорегистрации. Использовался многопроходный кросскорреляционный алгоритм обработки с квадратным окном опроса и 50 % перекрытием. Размер окна опроса итерационно уменьшался с 256 до 8 пикселей. Аппроксимация корреляционной функции проводилась с помощью трехточечной гауссовой интерполяции без предварительной обработки изображений. Для расчета корреляционной функции использовался алгоритм быстрого преобразования Фурье.

Фрагменты результатов кросскорреляционной обработки кадров видеорегистрации представлены на рисунке 6. Производился последовательный анализ изображений зарегистрированных после подрыва заряда ВВ с изображением невозмущенной поверхности песчаного грунта. Данный подход позволяет визуализировать области смещения поверхности грунта, где нет существенного изменения его структуры. Получаемая информация может быть использована для оценки диаметра области возмуще-

ний (рисунок 7), но непригодна для определения высоты купола грунта. Для получения информации о высоте купола песчаного грунта, структура поверхности которого изменяется, анализировались два последовательных изображения песчаной поверхности, и определялось максимальное изменение анализируемой области в вертикальном направлении (рисунок 8). Таким образом, определялось приращение высоты купола грунта  $H$  за время равное периоду видеорегистрации. Кросскорреляционный алгоритм обработки позволяет анализировать изображения в субпиксельной области, в данном случае среднее квадратичное отклонение определения приращения  $H$  составило 0,06 пиксела что, с учетом схемы регистрации, составляет 0,1 мм. Экспериментальные данные в сравнении с результатами численного расчета представлены на рисунке 9 в виде графика зависимости высоты купола грунта от времени.

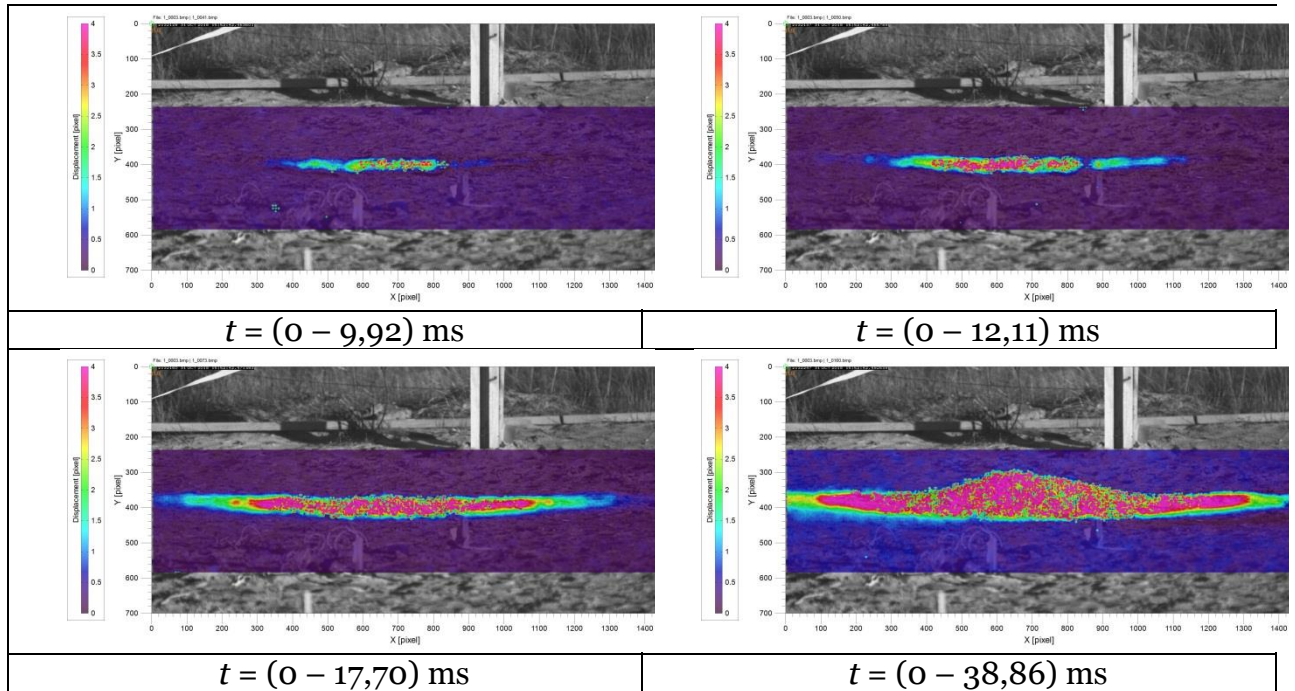


Рисунок 6 – Экспериментальные значения поля смещения (абсолютные значения) песчаного грунта относительно его первоначального (недеформированного) состояния

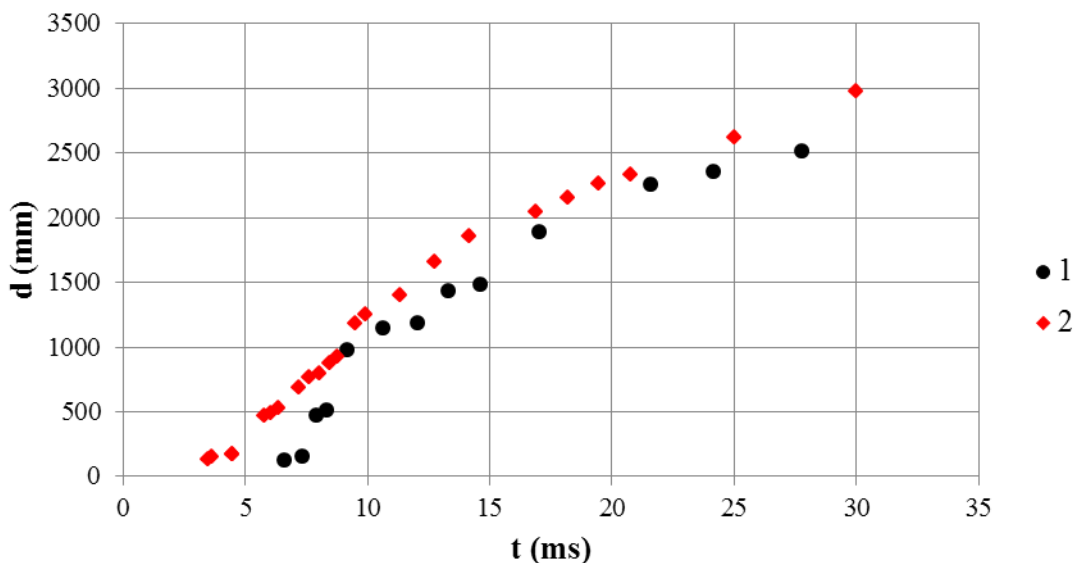


Рисунок 7 – Оценочные данные о диаметре области возмущения: 1 – экспериментальные данные при  $h=0,55$  м, 2 – экспериментальные данные при  $h=0,5$  м.

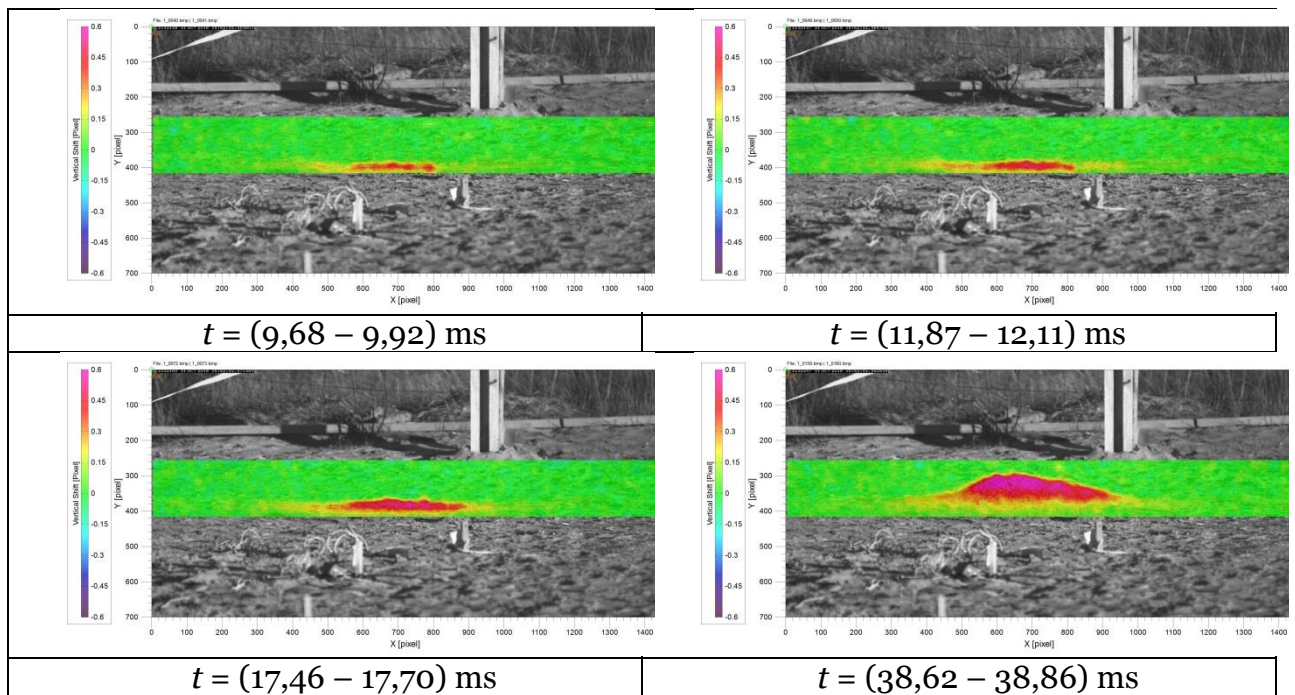


Рисунок 8 – Экспериментальные значения поля смещения (вертикальная составляющая) песчаного грунта произошедшие за время кадрового периода видеорегистрации

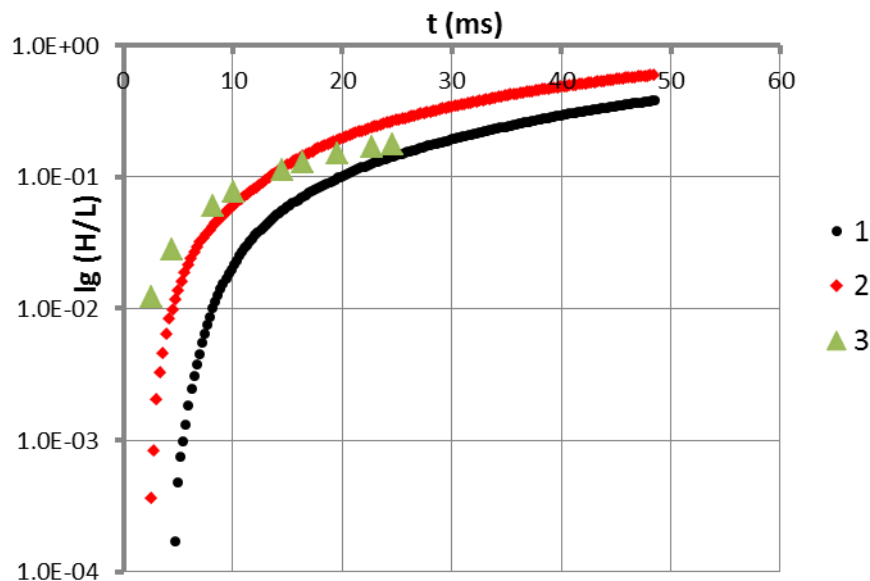


Рисунок 9 - Зависимость высоты купола грунта от времени: 1 – экспериментальные данные при  $h=0,55$  m, 2 – экспериментальные данные при  $h=0,5$  m; 3 – расчетные данные при  $h=0,5$  m

Из анализа результатов экспериментов и расчета можно сделать вывод, что скорость роста купола грунта увеличивается до определенного момента времени, после чего становится практически постоянной. Это вероятно можно объяснить тем, что на начальном этапе развития взрыва в каверне высокое давление продуктов взрыва способствует ускоренному движению сплошной массы грунта. После расширения каверны давление продуктов взрыва уменьшается - уменьшается и скорость роста высоты купола.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных приведено до момента времени 25 ms, так как после начинается фрагментация купола на отдельные части, которая не может быть описаны численными алгоритмами в рамках модели сплошной среды.



## 5. Заключение

В работе рассмотрено экспериментально-расчетное исследование взрыва цилиндрического заряда взрывчатого вещества в сухом песчаном грунте плотностью  $\rho \approx 1,5 \text{ г/см}^3$ . При проведении эксперимента применялась оптико-физическая регистрация процесса развития возмущения на поверхности грунта. С использованием кросскорреляционного алгоритма изображений определялись диаметры зоны возмущения и высота купола. Аппроксимация корреляционной функции проводилась с помощью трехточечной гауссовой интерполяции без предварительной обработки изображений. Для расчета корреляционной функции использовался алгоритм быстрого преобразования Фурье. Также приведены результаты численного моделирования. Сравнение расчетных данных о высоте выброса песчаного грунта и экспериментальных проведено по сопоставлению высоты показало их удовлетворительное соответствие, что говорит об адекватности применяемой математической модели.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № МК-2078.2019.8.

## Список использованных источников

1. Raffel, M. Background-oriented schlieren (BOS) techniques. // Experiments in Fluids. 2015. Vol.56. № 3. P. 1-17.
2. Adrian, R.J. Twenty years of particle image velocimetry. // Experiments in Fluids. 2005. Vol.39. № 2. P. 159-169.
3. Взаимодействие численной и экспериментальной визуализации потоков. И.А. Знаменская [и др.] // Научная визуализация. 2013. Т. 5. №. 3. С. 40-51.
4. Использование теневого фонового метода для исследования нестационарного потока с ударной волной. Ф.Н. Глазырин и др. // Научная визуализация. 2013. Т. 5. №. 3. С. 65-74.
5. In situ velocity and stress characterization of a projectile penetrating a sand target: experimental measurements and continuum simulations. J.P. Borg et al. // International Journal of Impact Engineering. 2013. Vol.51. P. 23-35.
6. Расчетно-экспериментальное исследование ударно-волнового нагружения оптически прозрачных тел. С.И. Герасимов и др. // Журнал технической физики. 2019. Т. 89. №. 9. С. 1319-1324.
7. Муйземнек А.Ю. Математическое моделирование процессов удара и взрыва в программе LS-DYNA/ А.Ю. Муйземнек, А.А. Богач. Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ, 2005.
8. Hallquist J.O. LS-DYNA: Theoretical manual. Livermore Software Technology Corporation, Livermore, 1998. – 498 p.
9. Souli M. "LS-Dyna Advanced Course in ALE and Fluid/Structural Coupling". Course Note for Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation Technique / M. Souli. Livermore, LSTC, CA, 2000.
10. Lee E, Finger M., Collins W. JWL equation of state coefficients for high explosives. Rept-UCID-16189, Lawrence Livermore National Laboratory, 1973.
11. Орленко Л.П. Физика взрыва/ Под ред. Л.П. Орленко. - Изд. 3-е, испр. - В 2 т. Т.1. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2004.
12. Баландин В.В. Динамическое деформирование мягких грунтовых сред: экспериментальное исследование и математическое моделирование/ В.В. Баландин, А.М. Брагов, Л.А. Игумнов, А.Ю Константинов, В.Л. Котов, А.К. Ломунов.// Механика твердого тела, № 3, 2015. С. 69-77.
13. Замышляев Б.В. Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред / Б.В. Замышляев, Л. С. Евтерев. - М.: Наука, 1990. - 215 с.
14. Баженов В.Г. Математическое моделирование нестационарных процессов удара и проникания осесимметричных тел и идентификация свойств грунтовых сред/ В.Г. Баженов, В.Л. Котов. М: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 208 с.

## Modeling and visualization of an explosion in sandy soil. Numerical simulation and experiment

V.A. Kuzmin<sup>1,A,B</sup>, V.A. Kikeev<sup>2,C,D</sup>, S.I. Gerasimov<sup>3,A,B,C,D</sup>, V.I. Erofeev<sup>4,C</sup>, V.P. Gandurin<sup>5,A</sup>,  
N.A. Trepalov<sup>6,A</sup>, E.G. Kosyak<sup>7,B</sup>, P.G. Kuznetsov<sup>8,B</sup>

<sup>A</sup> Russian Federal Nuclear Center All-Russian Research Institute of Experimental Physics

<sup>B</sup> Sarov State Physics and Technical Institute National Research Nuclear University  
MEPhI

<sup>C</sup> Institute for Problems of Mechanical Engineering, Institute of Applied Physics, Russian  
Academy of Sciences

<sup>D</sup> Nizhny Novgorod State Technical University

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0002-7141-0408, [v\\_a\\_kuzmin@mail.ru](mailto:v_a_kuzmin@mail.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0002-2375-0803, [vkikeev@mail.ru](mailto:vkikeev@mail.ru)

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0002-6850-0816, [s.i.gerasimov@mail.ru](mailto:s.i.gerasimov@mail.ru)

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0002-6637-5564, [erfo4@mts-nn.ru](mailto:erfo4@mts-nn.ru)

<sup>5</sup> ORCID: 0000-0002-8988-1304, [v.gandurin@yandex.ru](mailto:v.gandurin@yandex.ru)

<sup>6</sup> ORCID: 0000-0002-5131-1736, [natrepalov@mail.ru](mailto:natrepalov@mail.ru)

<sup>7</sup> ORCID: 0000-0001-6291-2396, [keg@sarfti.ru](mailto:keg@sarfti.ru)

<sup>8</sup> ORCID: 0000-0003-2691-206X, [kpg@sarfti.ru](mailto:kpg@sarfti.ru)

### **Abstract**

The background oriented schlieren (BOS) method is actively used for visualization of flows that occur in a gas environment. Along with it, the capabilities of the method can be used to visualize disturbances in an opaque continuous medium. In this case, in addition to traditional high-speed video shooting, a "background screen" is used in the form of an initial non-uniform randomly distributed picture of the surface grains of the medium being studied. When perturbations are propagated in this area, they are visualized using cross-correlation analysis. It is of interest to determine the sensitivity of the method in the application of important tasks of sensing media by buried blasts. An additional advantage of using the BOS method is its visual verification of the numerical solutions used.

The paper considers an experimental and calculated study of HE blast in a dry sandy ground with a density of  $\rho \approx 1.5 \text{ g/cm}^3$ . During the experiment, optical-physical registration of the process of perturbation development on the ground surface was used. Using a cross-correlation image processing algorithm, the diameters of the perturbation zone and the height of the dome were determined. The results of numerical simulation are also presented. Comparison of calculated and experimental data on the height of the sandy ground discharge showed their satisfactory correspondence, which indicates the adequacy of the applied mathematical model.

**Keywords:** sandy ground, buried blast, perturbation, ground dome, mathematical model, numerical simulation.

### **References**

1. Raffel, M. Background-oriented schlieren (BOS) techniques. // Experiments in Fluids. 2015. Vol.56. No 3. P. 1-17.
2. Adrian, R.J. Twenty years of particle image velocimetry. // Experiments in Fluids. 2005. Vol. 39. No. 2. P. 159-169.

3. Interaction of numerical and experimental visualization of flows. I. A. Znamenskaya [et al.] // Scientific visualization. 2013. Vol. 5. No. 3. P. 40-51.
4. Using the shadow background method to study a non-stationary flow with a shock wave. F. N. Glazyrin et al. // Scientific visualization. 2013. Vol. 5. No. 3. P. 65-74.
5. In situ velocity and stress characterization of a projectile penetrating a sand target: experimental measurements and continuum simulations. J.P. Borg et al. // International Journal of Impact Engineering. 2013. Vol. 51. P. 23-35.
6. Computational and experimental study of shock-wave loading of optically transparent bodies. S. I. Gerasimov et al. // Technical Physics. 2019. Vol. 89. No. 9. P. 1319-1324.
7. Muizemnek A.Yu., Bogach A.A. Mathematical modeling of impact and explosion processes in the LS-DYNA program. Penza: Information and publishing center of PSU, 2005.
8. Hallquist J.O. LS-DYNA: Theoretical manual. Livermore Software Technology Corporation, Livermore, 1998. 498 p.
9. Souli M. "LS-Dyna Advanced Course in ALE and Fluid/Structural Coupling". Course Note for Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation Technique. Livermore, LSTC, CA, 2000.
10. Lee E., Finger M., Collins W. JWL equation of state coefficients for high explosives. Rept-UCID-16189, Lawrence Livermore National Laboratory, 1973.
11. Orlenko A.P. Physics of explosion/ edited by L. P. Orlenko. - Ed. 3rd, ISPR. - In 2 t. T. 1. Moscow: FIZMATLIT, 2004.
12. Balandin V.V., Bragov A.M., Igumnov L.A., Konstantinov A.Yu., Kotov V.L., Lomunov A.K. Dynamic deformation of soft ground media: experimental research and mathematical modeling. Solid state mechanics, no. 3, 2015. PP. 69-77.
13. Zamyshlyayev B.V., Evtrev L.S. Models of dynamic deformation and destruction of ground media. Moscow: Nauka, 1990. 215 p.
14. Bazhenov V.G., Kotov V.L. Mathematical modeling of non-stationary processes of impact and penetration of axisymmetric bodies and identification of properties of ground media. M: FIZMATLIT, 2011. 208 p.