

# Моделирование развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца в задачах физики высоких плотностей энергии

Н.В. Змитренко<sup>1,А</sup>, П.А. Кучугов<sup>2,А</sup>, М.Е. Ладонкина<sup>3,А</sup>, В.Ф. Тишкин<sup>4,А</sup>

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-0973-4388, [zmitrenko@imamod.ru](mailto:zmitrenko@imamod.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0003-3240-2963, [pkuchugov@gmail.com](mailto:pkuchugov@gmail.com)

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0001-7596-1672, [ladonkina@imamod.ru](mailto:ladonkina@imamod.ru)

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0001-7295-7002, [v.f.tishkin@mail.ru](mailto:v.f.tishkin@mail.ru)

## Аннотация

С появлением мощных лазерных установок исследования в физике высоких плотностей энергии получили новый толчок развития в связи с возможностью осуществления экспериментов. Одним из основных направлений на протяжении многих лет остаётся изучение развития возмущений под действием различных гидродинамических неустойчивостей. Благодаря развитию современных методов диагностики в последнее десятилетие удалось экспериментально наблюдать эти явления в условиях высоких плотностей энергии, что позволило осуществить верификацию имеющихся численных кодов, а также получить новые данные.

В работе представлены результаты математического моделирования развития неустойчивостей Кельвина-Гельмгольца в условиях облучения плоских мишеней на лазерной установке OMEGA. Проводится сопоставление скорости роста вихрей с доступными экспериментальными данными. С учётом сделанных упрощений в численной постановке задачи различные данные удовлетворительно согласуются между собой. Визуализация течения позволила полноценно проанализировать его структуру, определить размеры характерных вихрей, а также выявить отличия 3D варианта от 2D, связанные с релаксацией течения в поперечных направлениях. Реализация модуля для визуализации основана на использовании VTK XML параллельного формата для сохранения данных для анализа.

**Ключевые слова:** неустойчивость Кельвина-Гельмгольца, визуализация течения, физика высоких плотностей энергии, математическое моделирование.

## 1. Введение

Как известно, условия для развития классических гидродинамических неустойчивостей, таких как, неустойчивость Рэлея-Тейлора (НРТ), Рихтмайера-Мешков (НРМ) и Кельвина-Гельмгольца (НКГ), реализуются в широком круге природных явлений и антропогенных систем, масштаб которых может отличаться на порядки, например, от взрыва сверхновой до сжатия капсулы с термоядерным топливом. В силу законов подобия структура течения даже в столько разных задачах остаётся сходной, и это на протяжении многих десятилетий привлекает внимание исследователей из самых разных областей, таких как физика плазмы, геофизика, метеорология, астрофизика и других, к изучению динамики роста возмущений под действием упомянутых неустойчивостей. Несмотря на длительный период исследований этих задач, которые уже можно назвать классическими, интерес к ним не угасает. Это связано, во-первых, со сложностью самого явления, заключающейся в существовании различных режимов развития тех или

иных возмущений. Известно, что начальный спектр возмущений во многом определяет дальнейшую их эволюцию и переход к развитому перемешиванию [1-5]. Во-вторых, структура течения и перемешивание могут существенным образом влиять на сопряжённые физические процессы, которые необходимо учитывать при изучении таких задач, как задачи лазерного термоядерного синтеза.

В дальнейшем мы будем иметь в виду именно это направление, как одно из наиболее актуальных в современной физике плазмы. Так, например, за счёт роста возмущений увеличивается площадь поверхности, через которую  $\alpha$ -частицы, образовавшиеся в результате реакции синтеза лёгких ядер D и T, покидают центральную горячую область термоядерной мишени, что снижает самонагрев топлива. Кроме того, в присутствии возмущений меняется количество энергии, передаваемой центральной области рентгеновским излучением в схемах непрямого сжатия. Дополнительно предпрогрев мишени препятствует её хорошему сжатию, необходимому для получения высокого нейтронного выхода. Турбулентное перемешивание различных частей мишени также может иметь различные последствия на эффективность сжатия и горения термоядерных мишеней, привнося турбулентные составляющие в потоки массы, импульса и энергии. Всё это свидетельствует о важности изучения развития возмущений в экстремальных условиях при облучении вещества мощными лазерными импульсами от десятков килоджоулей до нескольких мегаджоулей. Этот же вывод подтверждают регулярно осуществляющиеся эксперименты по изучению гидродинамических неустойчивостей на крупнейших действующих лазерных установках OMEGA и NIF.

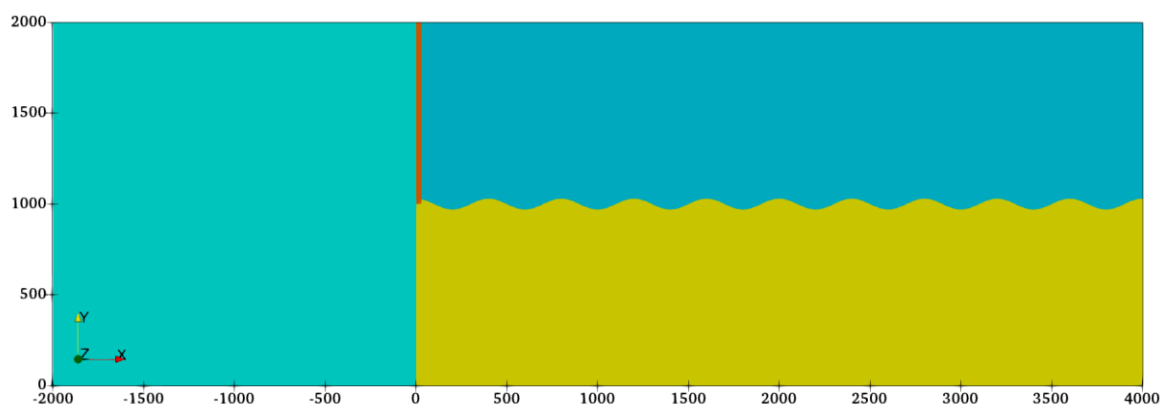
В данной работе будет рассмотрена постановка задачи, посвящённая изучению динамики роста возмущений вследствие НКГ путём численного моделирования.

## **2. Экспериментальная постановка**

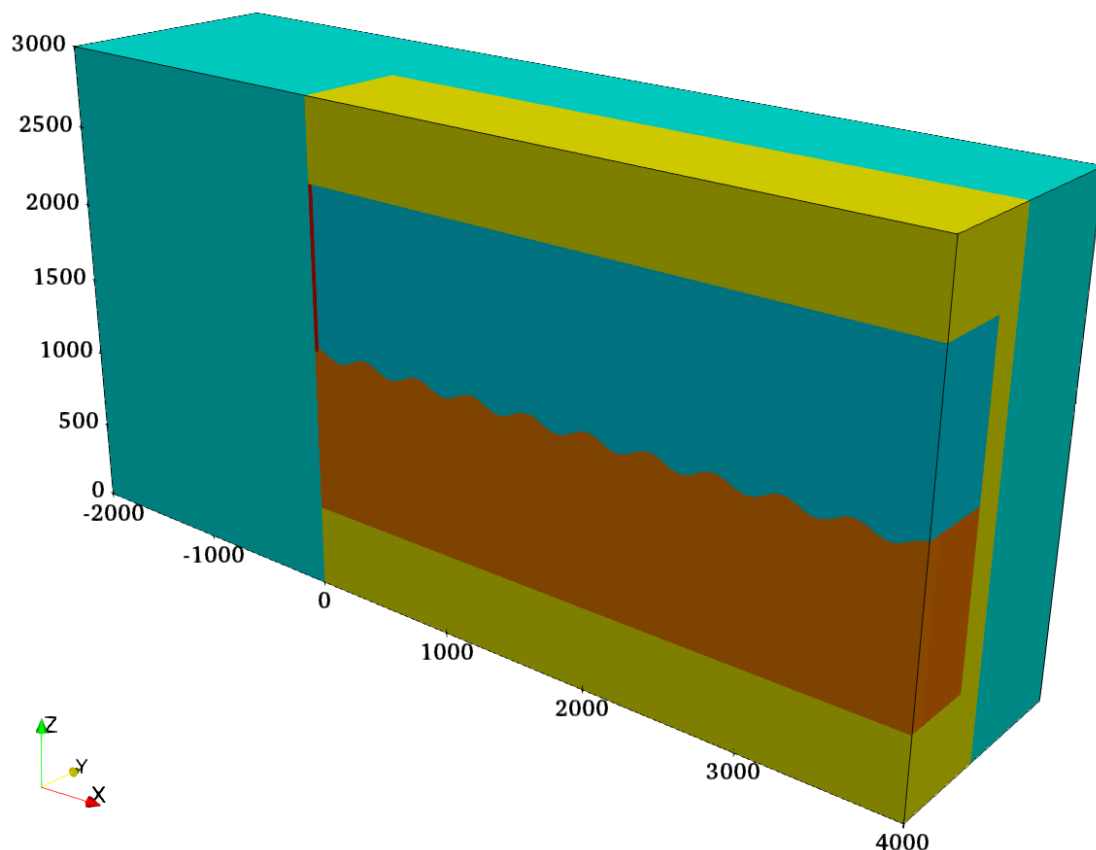
Первые успешные эксперименты по наблюдению развития НКГ в условиях, характерных для задач физики высоких плотностей энергии, были выполнены на лазерной установке OMEGA [4,6]. Суть эксперимента состояла в облучении плоской составной мишени внутри бериллиевой ударной трубы лазерным излучением с полной энергией порядка нескольких десятков килоджоулей. Между верхним и нижним блоками мишени были сформированы одномодовые начальные возмущения. Создаваемая за счёт испарения под действием лазерного импульса аблятора ударная волна при прохождении по этим блокам вызывала сдвиговое течение за счёт различных скоростей фронтов в различных материалах. В результате начальные возмущения начинали развиваться под действием НКГ. Полученные экспериментальные данные позволяют верифицировать как новые физические модели, позволяющие описывать эволюцию различных возмущений, так и вновь создаваемые численные методы и численные коды.

## **3. Постановка задачи для численного моделирования**

Для численного моделирования рассмотрены двумерная и трёхмерная постановки задачи. Схематичное изображение области моделирования и её линейные размеры в мкм приведены на Рис. 1.



а)



б)

Рис. 1. Схематичное изображение области моделирования и её основных линейных размеров в мкм, а также номеров подобластей: а) 2D постановка, б) 3D постановка.

Параметры веществ, такие как плотность, показатель адиабаты, коэффициент теплоёмкости, а также температура в начальный момент времени приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Начальные плотность и температура различных подобластей, а также показатель адиабаты и коэффициент теплоёмкости при постоянном объёме.

№№	Плотность, г/см <sup>3</sup> (2D/3D)	Показатель адиабаты	Коэффициент теплоёмкости при постоянном объёме, 10 <sup>4</sup> кДж/г/кэВ	Температура, кэВ (2D/3D)
1	0.01	5/3	3.6	0.01
2	1.05	5/3	10	3.357·10 <sup>-5</sup> /6.905·10 <sup>-4</sup>

3	0.1	7/5	10	$5.875 \cdot 10^{-4} / 0.01208$
4	1.41/1.45	5/3	10	$2.5 \cdot 10^{-5} / 5 \cdot 10^{-4}$
5	1.42	5/3	10	$-/5.106 \cdot 10^{-4}$
6	1.84	5/3	7.174	$-/5.106 \cdot 10^{-4}$

В двумерной постановке вещество №2 занимает подобласть шириной в 30 мкм ( $0 < x < 30$  мкм) и высотой 1000 мкм ( $1000 < y < 2000$  мкм), подобласть  $0 < x < 4000$  мкм и  $0 < y < 1000$  мкм занимает вещество №4, а сверху - вещество №3.

В трёхмерной постановки размеры вдоль  $x$  и  $z$  для веществ 2-4 повторяют двумерную постановку, размеры вдоль  $y$  составляют  $0 < y < 500$  мкм для веществ №2 и 3,  $0 < y < 100$  мкм для №4, подобласть  $100 < y < 500$  мкм занимает вещество №5. Подобласти 2-5 расположены внутри оболочки из вещества №6 с  $y$  от 0 до 700 мкм. Внешним по отношению к 2-6 является вещество №1.

Одномодовые возмущения между подобластями №3и №4 имеют длину волны 400 мкм и амплитуду 30 мкм.

Поглощение лазерного излучения имитируется локальным однородным по массе энерговыделением в подобласти №2. Временная зависимость источника  $f(t) = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{d\varepsilon}{dt}$ , где  $\varepsilon_0 = 35$  кДж/г, имеет вид равнобедренной трапеции, разница оснований которой составляет 0.4 нс.

Для дискретизации расчётной области используется декартова кубическая сетка с шагом 2 мкм для двумерной постановки и 10 мкм для трёхмерной.

#### **4. Описание численной методики и программной реализации**

Моделирование задач проведено с помощью программного комплекса NUT3D [1-3]. Численный код NUT3D решает уравнения многокомпонентной газодинамики: уравнения для различных компонент (парциальные плотности  $\rho C_\alpha$ , где  $C_\alpha$  - массовая концентрация) решаются совместно с уравнениями Эйлера. В основу разностного алгоритма положена TVD схема второго порядка точности по пространству с ограничителями анти-диффузионных потоков [1], потоки на границах ячеек в данной работе находятся по аналитическим выражениям решения задачи о распаде разрыва в идеальном газе, представляющем собой многокомпонентную среду с возможно различными показателями адиабаты для разных компонент. Интегрирование по времени выполняется с помощью метода "предиктор-корректор", что позволяет достичь второго порядка точности. Значение временного шага пересчитывается в течение расчёта в соответствии с критерием Куранта-Фридрихса-Леви.

Параллельная реализация основана на методе геометрического параллелизма. Для реализации граничных условий и межпроцессорных обменов используется механизм фиктивных ячеек. Также реализована возможность использования доступных графических ускорителей на вычислительном узле [7].

Контрольные точки, содержащие результаты расчёта, сохраняются в бинарный файл определённого формата, при этом, каждый MPI-процесс записывает свой файл. Для визуализации результатов моделирования используется VTK XML [8] параллельный формат и программа ParaView. При формировании выходных файлов для визуализации дополнительно используется сжатие данных с целью уменьшения размера занимаемого дискового пространства. Следует отметить, что тот или иной способ сохранения контрольных точек и файлов визуализации может оказывать критическое влияние на общее время расчёта.

## 5. Результаты моделирования

С использованием описанного выше программного комплекса NUT3D было проведено моделирование по двум обсуждавшимся постановкам до момента времени 80 нс, соответствующего приходу ударной волны к правому краю области моделирования. На Рис. 2 и 3 приведена соответствующая эволюция распределения плотности.



Рис. 2. Эволюция распределения плотности в случае двумерной постановки задачи.

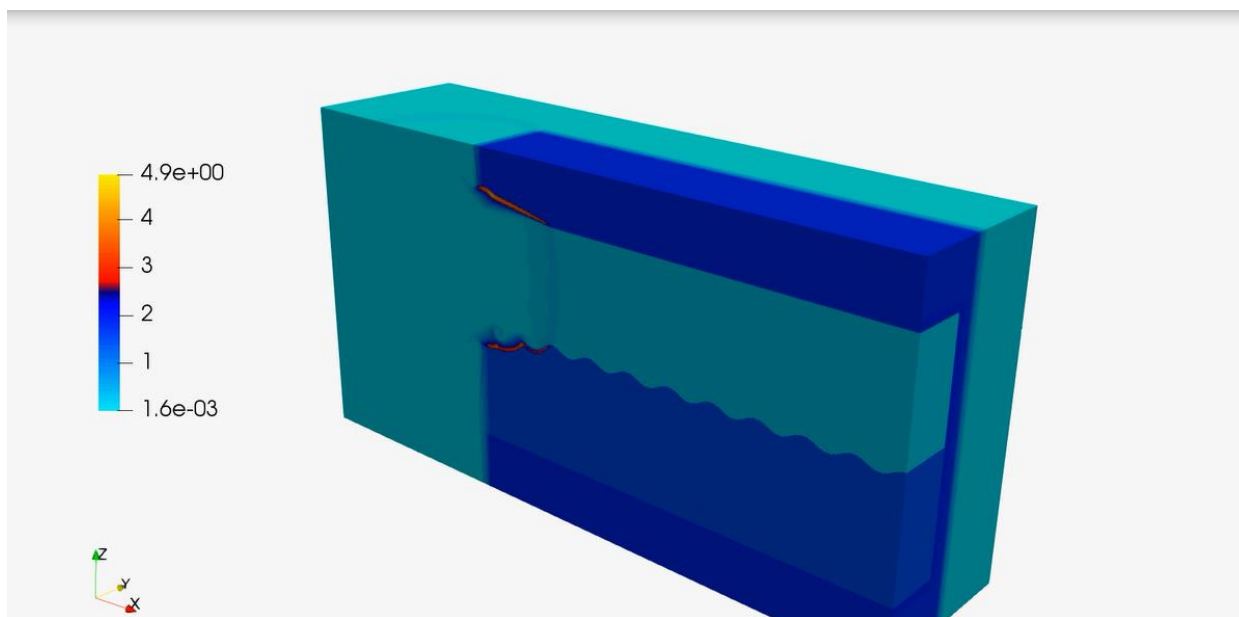


Рис. 3. Эволюция распределения плотности в случае трёхмерной постановки задачи.

При прохождении ударной волны вдоль возмущённой поверхности наблюдается образование вихревых структур, характерных для НКГ. В области за основной ударной волной наблюдается сложная ударно-волновая картина течения за счёт многократного отражения вторичных ударных волн от различных границ раздела веществ. В трёхмерном случае в отличие от двумерного наблюдается релаксация течения в поперечном направлении (см. Рис. 4).

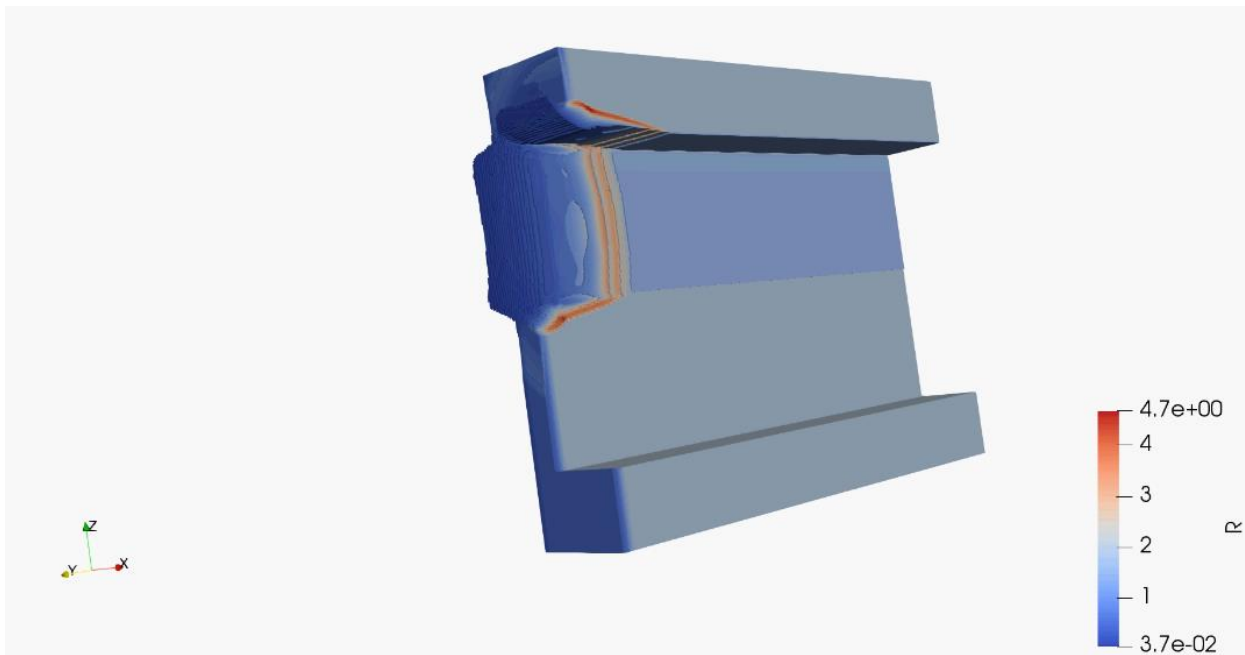


Рис. 4. Эволюция формы области с веществом №6 в случае трёхмерной постановки задачи.

Рост пузырей в этом случае распространяется на области соседних веществ, а именно № 5 и 6.

Для количественного сопоставления результатов воспользуемся данными работы [9] и сопоставим динамику роста высоты характерных для НКГ вихрей. Соответствующие данные приведены на Рис. 5.

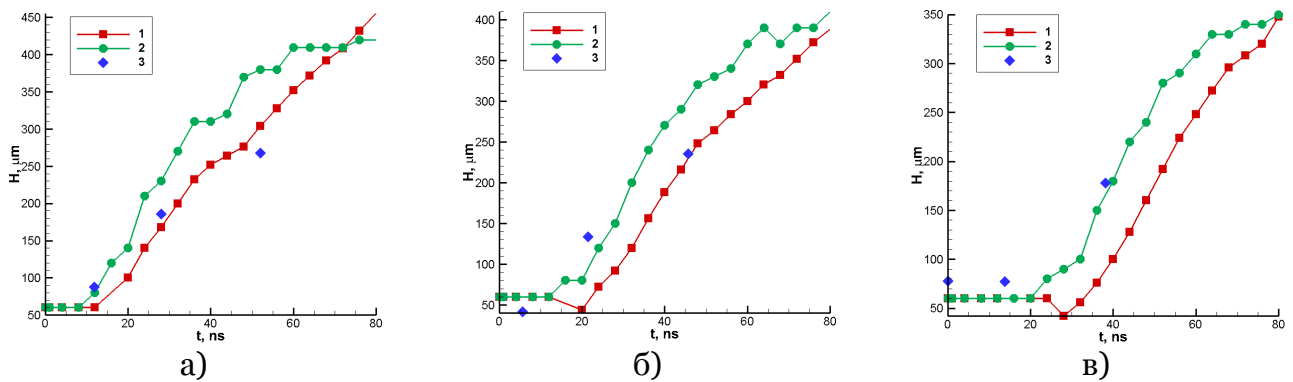


Рис. 5. Зависимость высоты а) 2-го, б) 3-го и в) 4-го вихрей от времени: 1 - 2D, 2 - 3D, 3 - экспериментальные данные.

Из приведённых графиков видно, во-первых, что несмотря на упрощённую постановку задачи для численного моделирования амплитуды вихрей, полученные на основе экспериментальных данных, достаточно хорошо воспроизводятся в численных расчётах. Во-вторых, следует отметить, что рост амплитуды возмущений близок к линейному со скоростью  $a = 7 - 8$  км/с в определенных диапазонах ( $H = at$ ). В-третьих, видно, что амплитуды вихрей в трёхмерном случае выше, чем в двумерном. Данный факт согласуется с линейным анализом инкрементов неустойчивости Кельвина-Гельмгольца [10], дающим более высокую скорость роста возмущений в 3D геометрии по сравнению с 2D при равных длинах волн в начальный момент времени.

## 6. Заключение

В настоящей работе подробно проанализированы данные экспериментов на установке OMEGA, направленные на изучение развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца в условиях интенсивного (порядка  $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>) лазерного воздействия на мишень. В работе описан численный код (NUT), с помощью которого было выполнено исчерпывающее математическое моделирование изучаемых процессов. Экспериментальные данные хорошо согласуются с расчётными. Это свидетельствует, в первую очередь, в пользу того, что выбранная математическая модель (газодинамика идеального газа) оказывается подходящим инструментом для исследования таких лазерных экспериментов, характеризующихся значительными температурами вещества (порядка 100 эВ) и плотностями (порядка твердотельной и газовой). Полученные результаты могут служить основой для необходимых оценок развития гидродинамических неустойчивостей в других экспериментах и разработки моделей теоретического описания процессов турбулентности и перемешивания.

Разработанный нами и используемый здесь для моделирования описываемых задач код NUT (как в 2D, так и в 3D вариантах) является практически полезным инструментом исследования проблем зарождения и развития гидродинамических неустойчивостей. Реализованный модуль для визуализации течений позволяет детально анализировать их структуру, а также выполнять обработку данных с целью получения количественных интегральных характеристик.

## Благодарности

Результаты работы были получены с использованием вычислительных ресурсов ОВК НИЦ «Курчатовский институт», <http://computing.nrcki.ru/>.

## Литература

1. Тишкин В.Ф., Никишин В.В., Попов И.В., Фаворский А.П. Разностные схемы трехмерной газовой динамики для задачи о развитии неустойчивости Рихтмайера-Мешкова // Мат. модел., 7, 5, 1995, С. 15-25.
2. Кучугов П.А. Динамика процессов турбулентного перемешивания в лазерных мишенях // Диссертация на соиск. степени к.ф.-м.н., Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2014.
3. Ладонкина М.Е. Численное моделирование турбулентного перемешивания с использованием высокопроизводительных систем // Диссертация на соиск. степени к.ф.-м.н., Институт математического моделирования РАН, 2005.
4. Harding E.C., Hansen J.F., Hurricane O.A., Drake R.P., Robey H.F., Kuranz C.C., Remington B.A., Bono M.J., Grosskopf M.J., and Gillespie R.S. Observation of a Kelvin-Helmholtz Instability in a High-Energy-Density Plasma on the Omega Laser // Phys. Rev. Lett., 103, 045005, 2009 (doi: 10.1103/PhysRevLett.103.045005).
5. Kuchugov P., Zmitrenko N., Rozanov V., Yanilkin Yu., Sin'kova O., Statsenko V., Chernyshova O., The Evolution Model of the Rayleigh-Taylor Instability Development // Journal of Russian Laser Research, 33, 6, 517-530, 2012 (doi: 10.1007/s10946-012-9310-y).
6. Hurricane O.A., Hansen J.F., Robey H.F., Remington B.A., Bono M.J., Harding E.C., Drake R.P., Kuranz C.C. A high energy density shock driven Kelvin-Helmholtz shear layer experiment // Physics of Plasmas, 16, 056305, 2009 (doi: 10.1063/1.3096790).
7. Kuchugov P.A. Organizing of Intra-node CPU-GPUs Communications in Multi-GPU Numerical Code for Modeling Laser Fusion Problems // Proceedings of International scientific conference "Parallel Computational Technologies (PCT'2018)", 2-6 april 2018, Rostov-on-Don, Russia, 2018, P. 126-138.
8. The VTK User's Guide. File Formats for VTK Version 4.2, [https://vtk.org/Wiki/VTK\\_XML\\_Formats](https://vtk.org/Wiki/VTK_XML_Formats).

9. Raman K.S., Hurricane O.A., Park H.-S., Remington B.A., Robey H., Smalyuk V.A., Drake R.P., Krauland C.M., Kuranz C.C., Hansen J.F., Harding E.C. Three-dimensional modeling and analysis of a high energy density Kelvin-Helmholtz experiment // *Physics of Plasmas*, 19, 092112, 2012 (doi: 10.1063/1.4752018).
10. Змитренко Н.В., Розанов В.Б., Инкременты неустойчивости Кельвина-Гельмгольца в задачах лазерного термоядерного синтеза // Препринт ФИАН № 16, 1992.



# Modeling the development of Kelvin-Helmholtz instability in problems of high energy density physics

N.V. Zmitrenko<sup>1,A</sup>, P.A. Kuchugov<sup>2,A</sup>, M.E. Ladonkina<sup>3,A</sup>, V.F. Tishkin<sup>4,A</sup>

Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-0973-4388, [zmitrenko@imamod.ru](mailto:zmitrenko@imamod.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0003-3240-2963, [pkuchugov@gmail.com](mailto:pkuchugov@gmail.com)

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0001-7596-1672, [ladonkina@imamod.ru](mailto:ladonkina@imamod.ru)

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0001-7295-7002, [v.f.tishkin@mail.ru](mailto:v.f.tishkin@mail.ru)

## **Abstract**

With the construction of powerful laser facilities, research in high energy density physics has received a new push of the development due to the possibility of making experiments. One of the main directions during many years remains the study of the development of initial perturbations under the various hydrodynamic instabilities. Due to the development of modern diagnostic methods in the last decade, these phenomena were experimentally observed under conditions of high energy densities, which made it possible to verify the available numerical codes and also to obtain new data.

The results of mathematical modeling of the development of Kelvin-Helmholtz instability in the conditions of irradiation of flat targets using an OMEGA laser facility are presented in this work. The vortex growth rate is compared with available experimental data. Taking into account the simplifications made in the numerical formulation of the problem, the various data are in satisfactory agreement with each other. The visualization of the flow made it possible to fully analyze its structure, determine the sizes of the characteristic vortices, and also reveal the differences between the 3D and 2D variants associated with the relaxation of the flow in transverse directions. The implementation of the visualization module is based on the use of VTK XML parallel format for storing data for analysis.

**Keywords:** Kelvin-Helmholtz instability, flow visualization, high energy density physics, mathematical modeling.

## **References**

1. Tishkin V.F., Nikishin V.V., Popov I.V., Favorski A.P. Raznostnye skhemy trekhmernoj gazovoj dinamiki dlya zadachi o razvitii neustojchivosti Rihtmajera-Meshkova [Finite difference schemes of three-dimensional gas dynamics for the study of Richtmyer-Meshkov instability] // *Matem. Mod.*, 7, 5, 1995, pp. 15-25 [in Russian].
2. Kuchugov P.A. Dinamika processov turbulentnogo peremeshivaniya v lazernyh mishenyah [Dynamics of turbulent mixing in laser fusion targets] // PhD Thesis, Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, 2014 [in Russian].
3. Ladonkina M.E. CHislennoe modelirovanie turbulentnogo peremeshivaniya s ispol'zovaniem vysokoproizvoditel'nyh sistem [Numerical modeling of turbulent mixing using high-performance computers] // PhD Thesis, Institute of Mathematical Modeling of RAS, 2005 [in Russian].
4. Harding E.C., Hansen J.F., Hurricane O.A., Drake R.P., Robey H.F., Kuranz C.C., Remington B.A., Bono M.J., Grosskopf M.J., and Gillespie R.S. Observation of a Kelvin-Helmholtz Instability in a High-Energy-Density Plasma on the Omega Laser // *Phys. Rev. Lett.*, 103, 045005, 2009 (doi: 10.1103/PhysRevLett.103.045005).

5. Kuchugov P., Zmitrenko N., Rozanov V., Yanilkin Yu., Sin'kova O., Statsenko V., Chernyshova O., The Evolution Model of the Rayleigh-Taylor Instability Development // Journal of Russian Laser Research, 33, 6, 517-530, 2012 (doi: 10.1007/s10946-012-9310-y).
6. Hurricane O.A., Hansen J.F., Robey H.F., Remington B.A., Bono M.J., Harding E.C., Drake R.P., Kuranz C.C. A high energy density shock driven Kelvin-Helmholtz shear layer experiment // Physics of Plasmas, 16, 056305, 2009 (doi: 10.1063/1.3096790).
7. Kuchugov P.A. Organizing of Intra-node CPU-GPUs Communications in Multi-GPU Numerical Code for Modeling Laser Fusion Problems // Proceedings of International scientific conference "Parallel Computational Technologies (PCT'2018)", 2-6 april 2018, Rostov-on-Don, Russia, 2018, P. 126-138.
8. The VTK User's Guide. File Formats for VTK Version 4.2, [https://vtk.org/Wiki/VTK\\_XML\\_Formats](https://vtk.org/Wiki/VTK_XML_Formats).
9. Raman K.S., Hurricane O.A., Park H.-S., Remington B.A., Robey H., Smalyuk V.A., Drake R.P., Krauland C.M., Kuranz C.C., Hansen J.F., Harding E.C. Three-dimensional modeling and analysis of a high energy density Kelvin-Helmholtz experiment // Physics of Plasmas, 19, 092112, 2012 (doi: 10.1063/1.4752018).
10. Zmitrenko N.V., Rozanov V.B. Inkrementy neustojchivosti Kel'vina-Gel'mgol'ca v zadachah lazernogo termoyadernogo sinteza [Growth rates of Kelvin-Helmholtz instability in laser fusion problems] // Preprint of Lebedev Physical Institute of RAS No. 16, 1992 [in Russian].