

Восстановление параметров неоднородности объекта по измерению ближнего поля в задаче микроволновой томографии с применением нейронных сетей

А.В. Медведев¹, М.Ю. Медведик²

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

¹ ORCID: 0009-0004-1176-9517, mdl-studio@yandex.ru

² ORCID: 0000-0003-4066-1818, medv@mail.ru

Аннотация

В статье предложен способ восстановления параметров неоднородности по результатам измерения ближнего поля в задачах медицинской диагностики. Это классическая обратная задача, возникающая в разных областях науки и техники. На первом этапе рассматривается задача распространения волн внутри объекта. Дано строгое описание проблемы как в виде краевой задачи, так и в виде объемного интегрального уравнения. Далее, используя численное решение данного уравнения, определяются значения поля за пределами тела в ближней зоне. На втором этапе, используя полученные значения ближнего поля с помощью двухшагового алгоритма, происходит поиск неоднородностей. Специально обученная нейронная сеть фильтрует значения, полученные до и после двухшагового алгоритма, тем самым улучшая качество изображений, визуализирующих неоднородности. Представлены графические иллюстрации исходных и восстановленных значений неоднородностей для рассматриваемых объектов. Проведен эксперимент, демонстрирующий особенности восстановления параметров объекта при использовании нейронных сетей. Результаты показывают эффективность фильтрации автоэнкодером расчетных данных. Предложен и реализован программный комплекс для определения параметров неоднородностей внутри объекта.

Ключевые слова: численные методы, интегральное уравнение, уравнение Гельмгольца, обратная задача, нейронная сеть.

1. Введение

Рассмотрим задачу определения структуры объектов. Подобные проблемы нередко возникают при решении различных технических задач контроля объекта. Особый интерес представляют задачи *медицинской диагностики* и методов неразрушающего контроля. При исследовании необходимо базироваться на одном принципе, таком как неинвазивность. Это означает, что рассматриваемый объект должен сохранять целостность в процессе проведения исследования, нельзя проникать и разрушать исследуемый объект. В тех случаях, когда речь идет о *медицинской* диагностики, на используемые способы измерения накладываются дополнительные ограничения. Данные задачи зачастую решаются с помощью электродинамических или акустических методов путем воздействия источника излучения на объект измерения. Подобные подходы хорошо изучены и по существу является классическим в акустике и электродинамике и носят названия “обратные задачи акустики и электродинамики”.

Под “обратной задачей” в акустике или электродинамике обычно понимаются проблемы, связанные с поиском и идентификацией неоднородностей в объектах. Можно выделить два основных класса этих задач: зависимые от времени и время независимые задачи. Первый класс задач эффективно решается применением конечноразностных методов. Второй класс оказывается наиболее сложным, поэтому, как правило, решает-

ся путем сведения краевой задачи к интегральным уравнениям. В данной работе акцент сделан на задачи, не связанные со временем. Стоит отметить, что большинство обратных задач является некорректными и нелинейными, что делает процесс их решения крайне сложным. Даже небольшие изменения во входных данных могут значительно повлиять на результаты. Нелинейность, в свою очередь, добавляет трудностей к решению.

Первоначальные попытки решить обратные задачи были связаны с созданием простых итерационных методов, которые имеют свои плюсы и минусы. Среди плюсов — возможность работы с неполными данными, а среди недостатков — необходимость поиска качественного начального приближения.

В этой работе предложен численный метод решения задач акустики с использованием нейронных сетей, что обуславливается необходимостью поиска эффективных методов фильтрации данных. Важность разработки новых методов можно продемонстрировать на примере медицинской диагностики, где, несмотря на существующее современное диагностическое оборудование, вопросы точности обнаружения и безопасности процедуры остаются актуальными. Эффективные математические алгоритмы могут помочь решить эти проблемы не только в медицине, но и в дефектоскопии.

Многочисленные попытки решения обратных задач дифракции на экранах хорошо изучены в работах отечественных и зарубежных исследователей [1-16].

2. Постановка задачи

Распространение звуковых волн в свободном пространстве R^2 и их взаимодействие с объектами — это сложная задача, активно изучаемая в акустике. Представьте себе двумерный объект, например, крыло самолета или часть здания, находящийся в открытом пространстве. К этому объекту приближается звуковая волна U^0 , это может быть, например, динамик, двигатель самолета или даже человек. Наша цель — определить полное звуковое поле U , которое возникает вокруг и на поверхности этого объекта, учитывая как падающую звуковую волну от источника, так и отраженные и рассеянные волны от самого объекта. Эта задача, определение полного поля по известному падающему, называется прямой задачей акустики. Решение этой задачи имеет критическое значение во многих областях. В аэроакустике, например, понимание взаимодействия звуковых волн с крылом самолета позволяет проектировать более тихие летательные аппараты. В архитектурной акустике, моделирование распространения звука в помещении помогает оптимизировать акустические характеристики концертных залов или студий звукозаписи, минимизируя эхо и реверберацию. В медицине, акустическое моделирование используется для разработки и оптимизации ультразвуковых устройств диагностики. Даже в области подводной локации (сонаре) понимание того, как звуковые волны взаимодействуют с подводными объектами, является ключевым для обнаружения и идентификации целей. Методы решения прямых акустических задач разнообразны и зависят от сложности объекта и частотного диапазона звуковых волн. Для простых геометрических объектов, таких как сферы или цилиндры, можно использовать аналитические решения, основанные на теории дифракции и рассеяния. Однако для объектов сложной формы, не существует аналитических решений, и приходится использовать численные методы. Выбор подходящего метода зависит от множества факторов, и постоянное развитие численных методов и вычислительной техники позволяет решать все более сложные задачи.

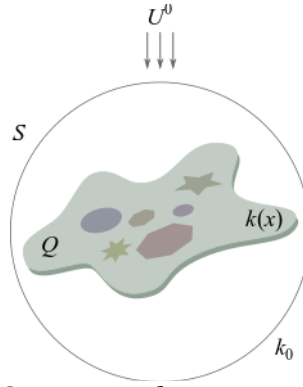


Рис 1. Задача дифракции на теле.

Поведение рассеянного поля U можно определить через решение неоднородного уравнения Гельмгольца:

$$\Delta u + k^2 u = f(x) \quad (1)$$

Функция является кусочно-непрерывной и определяется соотношением $k^2 = \begin{cases} k^2(x) \\ k_0^2 \end{cases}$. Здесь $k(x)$ - определяет волновые параметры внутри объекта, Q , k_0 - волновой параметр свободного пространства. Правая часть уравнения (1) задается известной функцией $f(x)$ с компактным носителем. Потребуем выполнение условий сопряжения на границе раздела двух сред.

$$[u]_{\partial Q} = 0, \left[\frac{\partial u}{\partial n} \right]_{\partial Q} = 0 \quad (2)$$

где $[\cdot]$ означает скачок поля.

Для выполнения единственности поставленной задачи запишем условия излучения Зоммерфельда:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = ik_0 u + o\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right), r := |x| \rightarrow \infty \quad (3)$$

Задачу (1)-(3) сводится к линейному неоднородному интегральному уравнению Липпмана-Швингера, используя вторую формулу Грина [3,8]:

$$u(x) = f^0(x) + \int_Q G(x, y) (k^2(y) - k_0^2) u(y), \quad (4)$$

где $G(x, y) = H_0^{(1)}(k_0 |x - y|)$ - функции Ханкеля

Интегральное уравнение Липпмана-Швингера является мощным математическим инструментом, широко применяемым для решения задач рассеяния волн в самых разных областях физики. Его фундаментальное значение заключается в возможности переформулировать задачу о взаимодействии волны с каким-либо препятствием (или потенциалом) из дифференциального уравнения, часто сложного для решения аналитически, в интегральное уравнение. Это интегральное уравнение учитывает влияние рассеивающего объекта на падающую волну посредством интеграла, охватывающего всю область взаимодействия. Такой подход особенно полезен, когда геометрия рассеивающего объекта сложна, или когда потенциал взаимодействия не является гладкой функцией. В акустике, например, уравнение Липпмана-Швингера позволяет рассчитывать звуковое поле, рассеянное объектом произвольной формы под воздействием звуковой волны. Здесь, интеграл описывает сумму элементарных сферических волн, излучаемых каждой точкой на поверхности объекта в ответ на падающую волну. Амплитуда и фаза этих вторичных источников определяются как падающим полем, так и свойствами материала объекта, влияющими на коэффициент отражения и пропускания. Полученное

решение даёт полное описание рассеянного поля, включая амплитуду, фазу и направление распространения рассеянных волн. Аналогичный подход применим в электродинамике, где уравнение Липпмана-Швингера используется для описания рассеяния электромагнитных волн на различных объектах, от микроскопических частиц до крупных антенных систем. В этом случае, интеграл учитывает вклад каждого элемента рассеивающего объекта в результирующее электромагнитное поле. Решение позволяет предсказать характеристики рассеянного излучения, такие как эффективная площадь рассеяния (ЭПР), важная характеристика для технологий радиолокации и дистанционного зондирования.

Операторный вид уравнение (4) получается после введения следующего обозначения

$$Au := \int_Q G(x, y)(k^2(y) - k_0^2)u(y), \quad (5)$$

$u := u(x), F := f^0(x)$ тогда уравнение принимает вид:

$$Lu := u - Au := F, \quad (6)$$

где $u \in L_2(Q), F \in L_2(Q), L: L_2(Q) \rightarrow L_2(Q)$.

Решения уравнения (4) будем искать используя пространство $L_2(Q)$.

Утверждение 1.

Оператор $Au := \int_Q G(x, y)(k^2(y) - k_0^2)u(y)$ Фредгольмов с нулевым индексом.

Лемма 1.

[3] Решение задачи (1)-(3) единственно.

Утверждение 2.

Оператор $L := I - A: L_2(Q)$ непрерывно обратим.

В работах [2-7] проводились численные исследование интегрального уравнения (4).

Применение идентификационных подходов в задачах дифракции в вопросах медицинской диагностики возможна только с использованием неинвазивных методов. Рассмотрим вопрос о выборе точек наблюдения при исследовании объекта. Необходимо отметить, что плохой выбор точек может оказать существенное влияние на результаты диагностики. Точки наблюдения должны быть расположены достаточно близко к исследуемому объекту и по возможности покрывать равномерно тело со всех сторон. Однако личный опыт исследования задачи показал, что источник излучения следует слегка удалить от точек наблюдения, чтобы не происходила так называемой засветки сенсоров. Мы рекомендуем удалить точки наблюдения на одну или две длины шага интегрирования. Будем располагать данные точки равномерно вдоль границ исследуемого объекта на небольшом расстоянии друг от друга в несколько слоев. В качестве падающего излучения используется волна распространяющаяся от точечного источника. В такой постановке задачи возможно применение двухшагового алгоритма для идентификации неоднородностей.

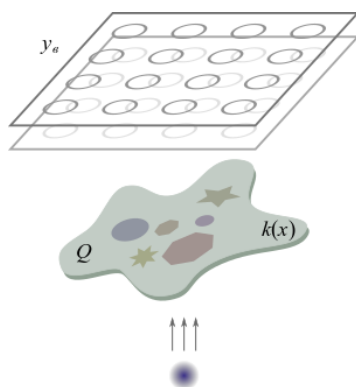


Рис. 2. Объект, источник излучения и точки наблюдения.

Разобьем объект плоской формы на ячейки Π_i , $i = (i_1, i_2)$. Введем допущение, что параметры неоднородности внутри каждой ячейки не меняются $k(x) = k_i$. Применим двухшаговый алгоритм.

- 1) На первом шаге используя значения поля $u(y_e)$ измеренные в точках наблюдения y_e . Рассчитаем значение тока $J(y)$, решая следующее уравнение.

$$u(y_e) - f(y_e) = \int_{\Omega} G(x, y_e) J(x) dx \quad (7)$$

Следует отметить, что уравнение (7) является самой сложной частью двухшагового метода, поскольку является уравнением 1-го рода. Система линейных алгебраических уравнений получаемая в результате решения интегрального уравнения (7) является плохообусловленной, что приводит к сильно зашумленным восстановленным данным.

- 2) На втором шаге пересчитываем значение параметров неоднородности $k(y)$ используя значение $J(y)$

$$k^2(y) - k_0^2 = \frac{J(y)}{f(y) + \int_{\Omega} G(x, y_e) J(x) dx} \quad (8)$$

Применение различных методов регуляризации и алгоритмов преобуславливания матриц в некоторых случаях понижает число обусловленности. Данные подходы эффективно работают, пока число обусловленности матрицы не превышают значения 10^{14} . Поэтому, данные подходы не являются универсальными. В работе также используется подход основанный на применении нейронных сетей.

3. Применение нейросетевого подхода к задаче фильтрации

Далее рассмотрим, задачу о шумоподавлении для двухшагового алгоритма с помощью нейронных сетей. Шумоподавление будем производить на этапе восстановления значений $J(x)$. Пусть

$$z = x + y \quad (9)$$

где z - зашумленные данные, представленные суммой истинных данных x и некоторого шума y . Суть основных методов заключается в аппроксимации x с использованием z .

В качестве модели для решения задачи фильтрации выберем сверточный автоэнкодер. Также введём функцию ошибки восстановления от истинных и обработанных моделью данных:

$$L(x, g(f(\tilde{x}))) = \|x - g(f(\tilde{x}))\|^2 \quad (10)$$

Автоэнкодер – нейронная сеть, спроектированная таким образом, чтобы изменив размерность входных данных, максимально точно восстановить данные на выходе. При изменении размерности данные x сжимаются в некоторое скрытое (latent-space) пространство.

$$h = f(x) = \phi(Wx + b), \quad h \in [0, 1]^d \quad (11)$$

где ϕ - функция активации.

Результат вычислений сети- многократное применение (11) с различными параметрами. Первая часть преобразований, изменяющая размерность входного тензора до размерности латентного пространства называется энкодером.

Далее к h применяется преобразование приводящее его к изначальной размерности

$$g = \phi(W'h + b') \quad (12)$$

Шумоподавляющий автоэнкодер — это стохастическое расширение классического автоэнкодера, предназначенное для восстановления исходных данных из их зашумленных вариантов. Такие модели могут объединяться в сложные архитектуры, создавая глубокие нейронные сети для решения более сложных задач.

Свёрточные автоэнкодеры используют описанную идею автоэнкодеров, заменяя преобразования (11) свёрточными слоями.

Под операцией свёртки понимается следующее матричное преобразование:

$$y_{ij} = \sum_m \sum_n w_{mn} \cdot x_{(i+m)(j+n)} + b \quad (13)$$

y_{ij} - тензор на выходе слоя (карта признаков),

w_{mn} - фильтр слоя, обучаемый параметр

$x_{(i+m)(j+n)}$ - входные данные,

b - свободный параметр.

С математической точки зрения, операция свёртки представляет собой скользящее применение фильтра (ядра) к входным данным: на каждом шаге вычисляется сумма произведений элементов ядра и соответствующих значений локальной области входной матрицы. Ключевыми параметрами, определяющими характер этого процесса, являются размер ядра (kernel size) и шаг перемещения (stride). Первый задаёт окно обработки (например, 3×3 или 5×5), а второй регулирует расстояние между соседними позициями фильтра, влияя на размер и перекрытие извлекаемых подматриц.

Важным дополнением к свёрткам в нейронных сетях служит операция пулинга. Её цель — постепенно уменьшать пространственную размерность данных, сохраняя при этом наиболее значимые признаки. В отличие от свёртки, пулинг не использует обучаемые параметры, а агрегирует информацию в пределах локальных областей (например, выбирая максимальное значение в операции max-pooling), что повышает устойчивость модели к малым искажениям входных данных.

$$\delta_i^l = \begin{cases} \delta_j^{l+1} & \text{если } i = \arg \max_i (z_i^l) \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad (14)$$

При этом размеры выходной матрицы могут быть найдены как:

$$H_{out} = \left\lceil 1 + \frac{H - pool_height}{stride} \right\rceil \quad (15)$$

$$W_{out} = 1 + \frac{W - pool_width}{stride} \quad (16)$$

$(pool_height, pool_width)$ - размер субматрицы пулинга

Свёрточные автоэнкодеры демонстрируют существенное преимущество перед классическими при работе с изображениями благодаря использованию специализированной архитектуры свёрточных нейронных сетей (CNN). В отличие от полносвязных слоёв традиционных автоэнкодеров, свёрточные слои оперируют локальными областями данных, сохраняя пространственную структуру изображения и выявляя иерархические паттерны (например, края, текстуры, объекты). Это позволяет модели эффективно захватывать топологические особенности матрицы входных данных, минимизировать количество обучаемых параметров за счёт разделяемых весов и снижать риск переобучения.

Таким образом, свёрточные автоэнкодеры не только адаптированы для работы с многомерными структурированными данными, но и обеспечивают более осмысленное сжатие информации, что критически важно для задач реконструкции и генерации изображений.

Пример такой модели представлен на рисунке 3.

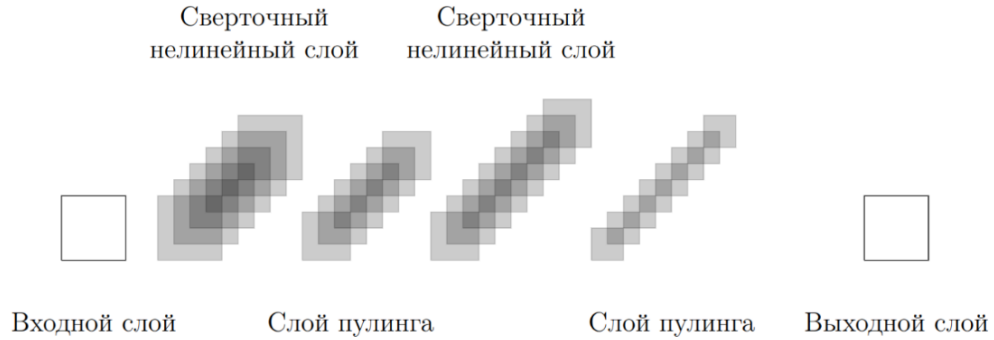


Рис 3. Пример архитектуры свёрточного автоэнкодера.

В формулах $\{W, B, W', B'\}$ являются параметрами модели, оптимальными с точки зрения минимизации ошибки восстановления, что может быть достигнуто с использованием различных функций потерь, таких как среднеквадратичная ошибка или кросс-энтропия.

Таким образом, модель накапливает сведения о распределении восстанавливаемых данных $p_{rec}(x|\tilde{x})$ из оценок пар тренировочной выборки (x, \tilde{x}) .

Генерация примера x из тренировочного датасета.

Зашумление сгенерированного примера \tilde{x} из $C(\tilde{x}|x=x)$.

Оценка вероятностного распределения $p_{rec}(x|\tilde{x}) = p_{decoder}(x|h)$

Для проведения эксперимента были сформированы обучающий и тестовый наборы данных, содержащие 6000 и 2000 примеров соответственно. Каждый экземпляр данных создавался по следующему алгоритму:

1. **Генерация структуры:** Количество, геометрическая форма, размер и физические параметры неоднородностей задавались стохастически в соответствии с условиями задачи.
2. **Добавление шума:** К полученной матрице применялось искусственное зашумление с равномерным распределением на трёх уровнях интенсивности — 15%, 30% и 50% от амплитуды исходного сигнала.

Исходные и модифицированные зашумлением данные сохранялись в формате, пригодном для обработки нейронной сетью, и использовались на этапах её обучения и валидации. Визуализация типовых примеров из набора (включая вариации с разным уровнем шума) представлена на рисунке 4.

В качестве примера рассмотрим задачу со следующими начальными данными (рис. 4). Решим прямую задачу и рассчитаем значения поля в точках (рис. 5).

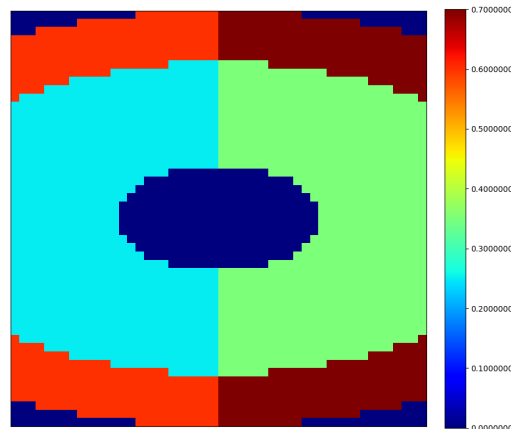


Рис. 4 Начальные волновые параметры исходного объекта.

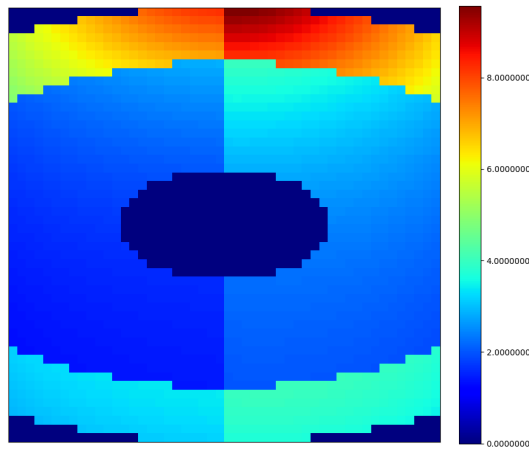


Рис. 5 Модуль решения интегрального уравнения (4).

Внесем 40% белого шума в ток J (рис. 6) и отфильтруем его с помощью модели автоэнкодера (рис. 7).

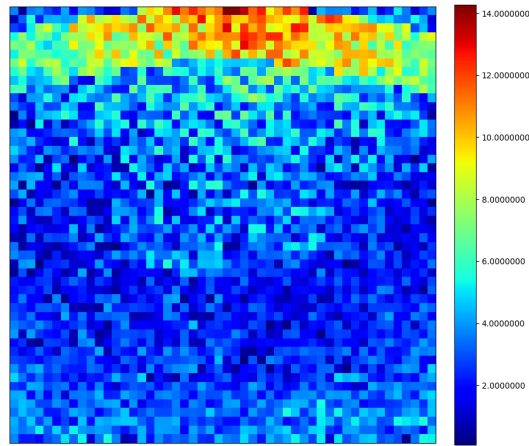


Рис. 6 Модуль решения интегрального уравнения (4) без фильтрации.

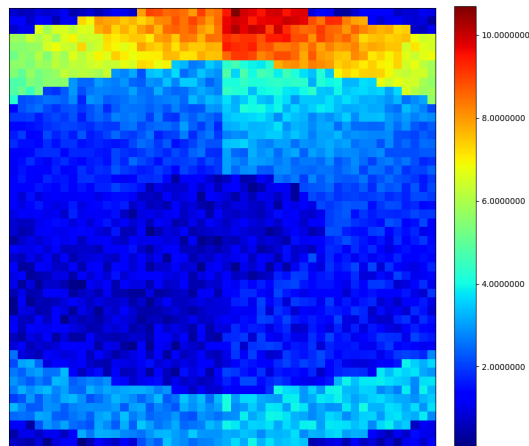


Рис. 7 Модуль решения интегрального уравнения (4) после процедуры фильтрации.

Далее решается задача по восстановлению структуры тела подставляя рассчитанный ток J в формулу (8). В результате восстанавливается значение волновой функции $k^2(y) - k_0^2$.

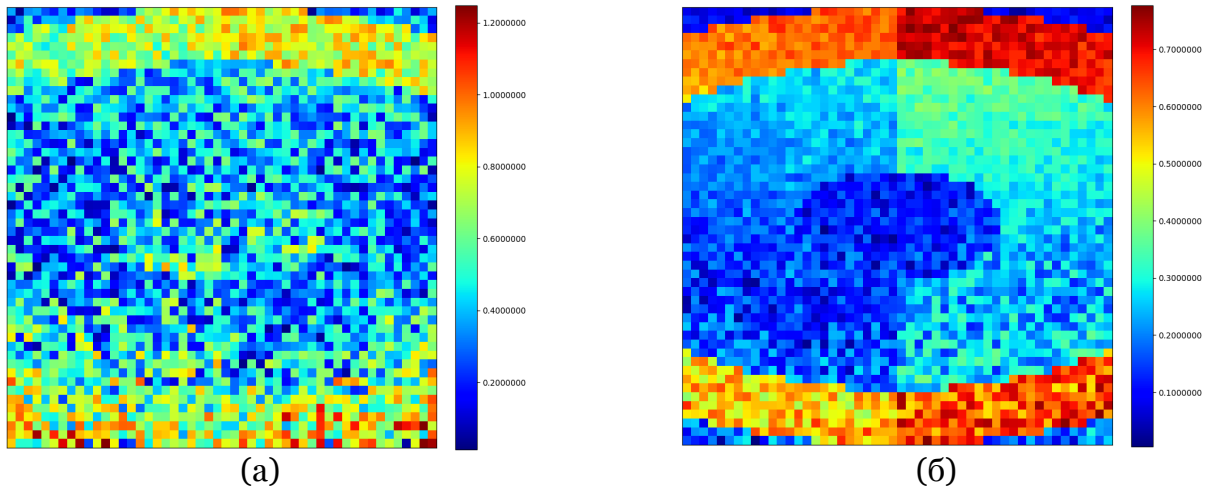


Рис.8. Модуль восстановленных значений волновой функции: а – без фильтрации, б – с фильтрацией.

На рисунке 8 представлено решение обратной задачи для рассматриваемой фигуры (рис. 4). Из рис. 8 можно сделать вывод, что восстановление значительно улучшается, при использовании модели нейронной сети для фильтрации зашумленных данных в решении. Эффективность модели особенно заметна при ее применении к высоким уровням шума.

4. Использование различных методов фильтрации сигнала

В предыдущем эксперименте модуль разности исходных и зашумленных данных является большой величиной. Со снижением уровня шума уменьшается эффективность работы градиентных методов. Для решения данной проблемы переведем входные данные в частотный диапазон используя двумерное преобразование Фурье, где и будем производить фильтрацию.

Внесём небольшую погрешность порядка 0.1% в измеренные данные y_g и применим преобразование Фурье. Процесс обучения нейросетевой модели аналогичен описанному выше. Будем аппроксимировать моделью уровень шума после предобработки двумерным преобразованием Фурье.

Прямым двумерным преобразованием Фурье называется функция:

$$g(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2) e^{-i(x_1\lambda_1 + x_2\lambda_2)} dx_1 dx_2 \quad (17)$$

Обратное двумерное преобразованием:

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda_1, \lambda_2) e^{i(x_1\lambda_1 + x_2\lambda_2)} d\lambda_1 d\lambda_2 \quad (18)$$

После применения преобразования (17) значения данных в частотном диапазоне не является малой величиной, в связи с чем возможно эффективное применение градиентных методов для фильтрации данных.

Определен следующий порядок преобразований для входных данных: исходный вектор y_g разбивается на действительную и мнимую часть. Для каждой из частей производится обучение модели на тренировочной выборке.

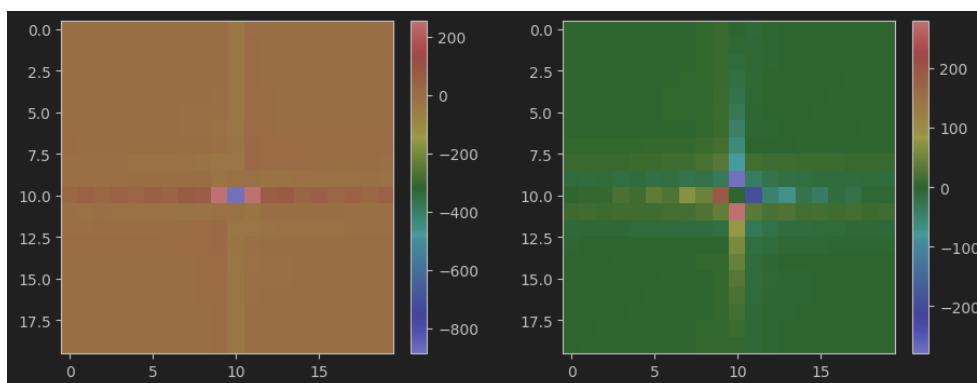


Рис. 9 Преобразование Фурье от действительной части y_6

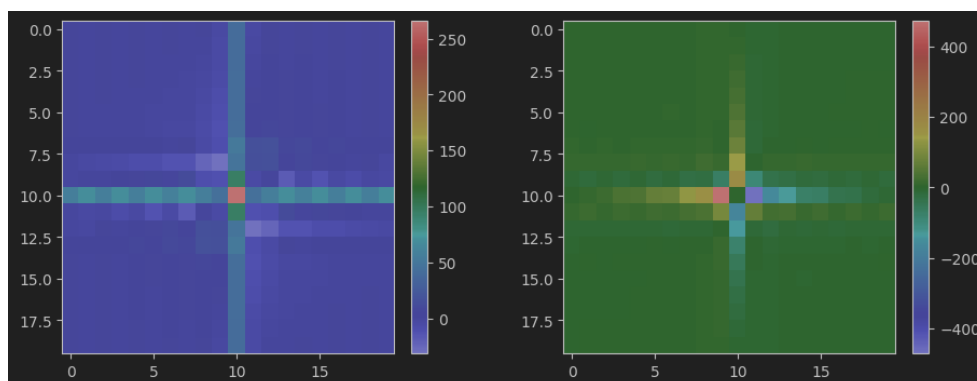


Рис. 10 Преобразование Фурье от мнимой части y_6

На этапе использования обученной модели применяется обратное преобразование (18).

В результате фильтрации уровень шумов удаётся снизить на один порядок.

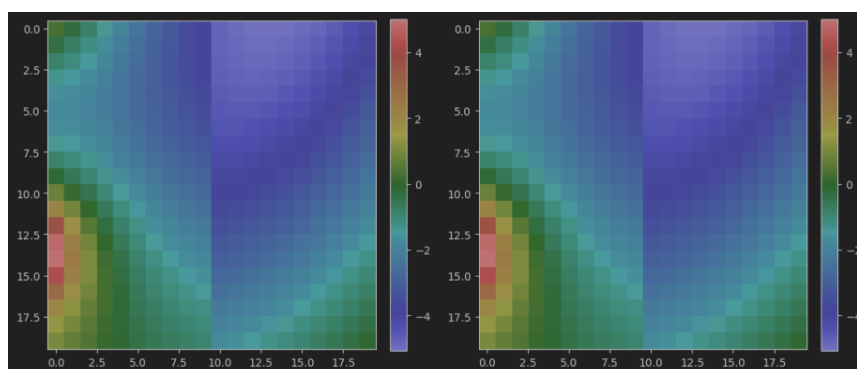


Рис. 11 Исходные (слева), восстановленные (справа), значения действительной части y_6 .

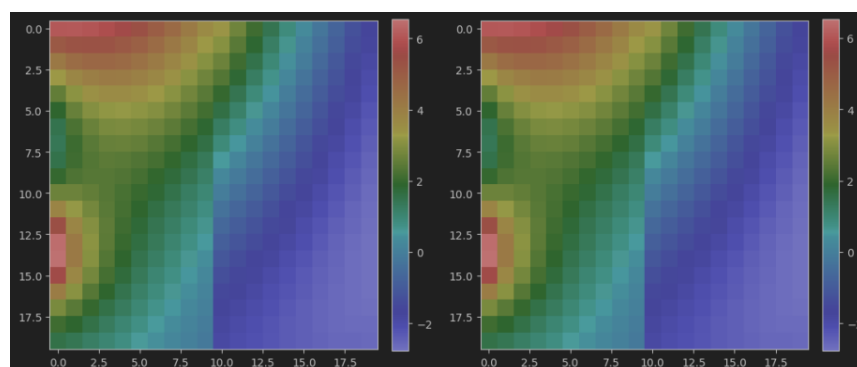


Рис. 12 Исходные (слева), восстановленные (справа) значения мнимой части y_6 .

На основе преобразования Фурье можно использовать иные методы, не связанные с машинным обучением. Существуют различные алгоритмы, такие как рекурсивный алгоритм среднего, алгоритм экспоненциально-взвешенного среднего, алгоритм пятиточечной скользящей средней. Однако эти алгоритмы не дают достаточного в рамках задачи результата. Методы фильтрации с помощью преобразования Фурье, основанные на введении весовых функций (Ханна, Хемминга, Кайзера, ...) работают более эффективно.

Пример восстановления синусоидального сигнала с использованием преобразования Фурье представлено на графиках ниже (рис. 13 – 14).

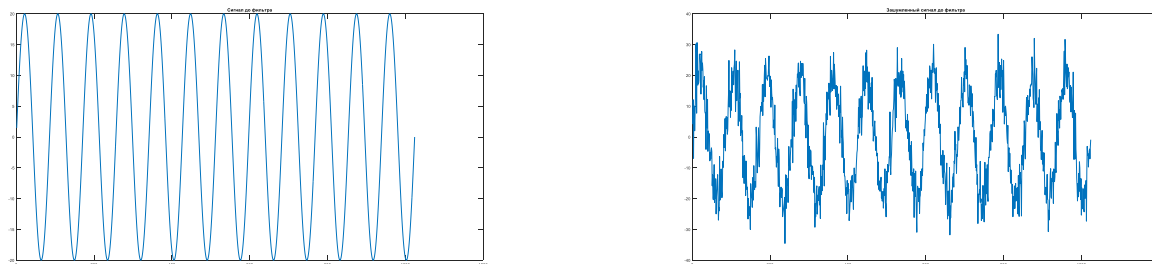


Рис. 13 Исходные (слева), зашумленный (справа) сигнал.

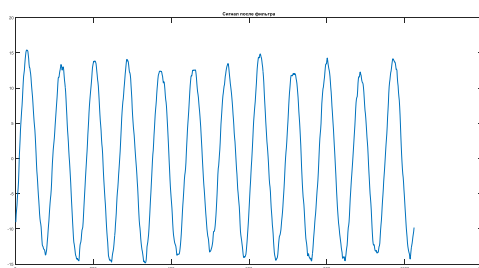


Рис. 14 Восстановленный сигнал.

Однако и данные методы не являются эффективными для рассматриваемой задачи. Поэтому предлагается использовать алгоритмы усреднения основанные на воздействии двух видов погрешности. Первая представляет собой белый шум, вторая является системной погрешностью и моделирует фоновое воздействие на входные данные. При работе с выборкой из 100 значений y_e удастся эффективно восстановить неоднородности при уровне системной погрешности около 1% и погрешности белого шума 0.01%.

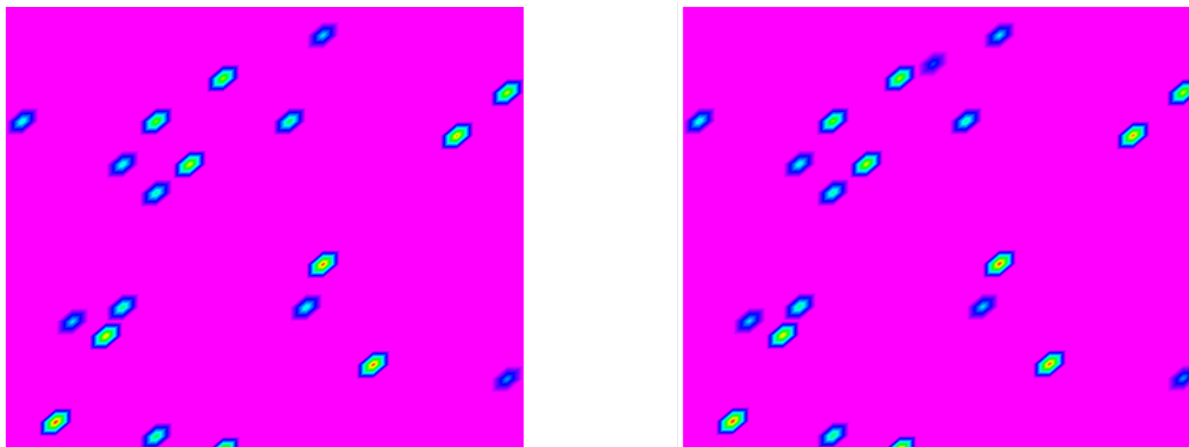


Рис. 15 Восстановленные значения модуля решения интегрального уравнения (4).

Рисунок 15 демонстрирует хорошее качество восстановления значения модуля решения уравнения (4). Однако, в восстановленных данных появляется незначительное отклонение в виде новых несуществующих неоднородностей. Данные неоднородности называются артефактами. Они легко убираются путём проведения дополнительных измерений на других частотах. При разработке методов медицинской диагностики зачастую стоит задача заподозрить заболевание на ранней стадии, когда опухоль не превышает определённого размера. Полученные результаты показывают, что с данной задачей алгоритм справляется.

5. Заключение

В работе рассмотрена проблема восстановления структуры объекта. Рассматриваемая задача представляет собой большой интерес в медицинской диагностике. В работе предложены алгоритмы, позволяющие восстанавливать структуру объекта. Рассматриваемая задача является некорректной, поэтому предлагается использовать различные методы фильтрации данных. Алгоритмы фильтрации основаны на применении нейронных сетей. При обучении использовалась модель сверточного автоэнкодера. Визуализация полученных данных помогает отделять важную информацию о структуре объектов от несущественной, включая различного рода артефакты. Графическое представление данных позволяет утверждать, что предложенные в работе алгоритмы эффективно восстанавливают структуру объекта при различных уровнях шума в данных.

Для получения численных результатов был реализован комплекс программ на языке C++. Фильтрация данных и визуализация были реализованы на языке Python с использованием библиотек Pytorch и Matplotlib.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, (Рег. № 124020200015-7)

Список литературы

1. Medvedik, Mikhail Y., Smirnov, Yury G. and Tsupak, Aleksei A.. "Inverse vector problem of diffraction by inhomogeneous body with a piecewise smooth permittivity" *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*, vol. 32, no. 3, 2024, pp. 453-465. <https://doi.org/10.1515/jiip-2022-0060>
2. Medvedik, M., & Moskaleva, M. (2020). Numerical Method for Reconstruction of Inhomogeneity Parameters of a Body Placed in a Semi-Infinite Rectangular Waveguide. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 41, 1371-1376. DOI:10.1134/S1995080220070288
3. Medvedik, M., Smirnov, Y.G., & Tsupak, A.A. (2020). Non-iterative two-step method for solving scalar inverse 3D diffraction problem. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 28, 1474 - 1492. DOI:10.1080/17415977.2020.1727466
4. Medvedik, Mikhail, Yu. G. Smirnov and Aleksei A. Tsupak. "The two-step method for determining a piecewise-continuous refractive index of a 2D scatterer by near field measurements." *Inverse Problems in Science and Engineering* 28 (2020): 427 - 447. DOI:10.1080/17415977.2019.1597872
5. Evstigneev R.O., Medvedik M.Y. Reconstruction of Inhomogeneities in a Hemisphere from the Field Measurements // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. - 2019. - Vol. 40. - N. 10. - P. 1653-1659. doi: 10.1134/S1995080219100093
6. Smirnov Y.G., Medvedik M.Y., Moskaleva M.A. Two-Step Method for Permittivity Determination of an Inhomogeneous Body Placed in a Rectangular Waveguide // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. - 2018. - Vol. 39. - N. 8. - P. 1140-1147. doi: 10.1134/S1995080218080115

7. Medvedik, M.Y., Smirnov, Y.G. & Tsupak, A.A. Scalar problem of plane wave diffraction by a system of nonintersecting screens and inhomogeneous bodies. *Comput. Math. and Math. Phys.* 54, 1280–1292 (2014). <https://doi.org/10.1134/S0965542514080089>
8. Medvedik, M.Y. A subhierarchical method for solving the Lippmann-Schwinger integral equation on bodies of complex shapes. *J. Commun. Technol. Electron.* **57**, 158–163 (2012). <https://doi.org/10.1134/S1064226912010123>
9. V. Cherepenin et al., “A 3D electrical impedance tomography (EIT) system for breast cancer detection,” *Physiol. Meas.*, vol. 22, no. 1, Art. no. 1, Feb. 2001, doi: 10.1088/0967-3334/22/1/302.
10. S. Havriliak and S. Negami, “A complex plane representation of dielectric and mechanical relaxation processes in some polymers,” *Polymer*, vol. 8, pp. 161–210, Jan. 1967, doi: 10.1016/0032-3861(67)90021-3.
11. Zarafshani, T. Bach, C. R. Chatwin, S. Tang, L. Xiang, and B. Zheng, “Conditioning Electrical Impedance Mammography System,” *Measurement*, vol. 116, pp. 38–48, Feb. 2018, doi: 10.1016/j.measurement.2017.10.052.
12. J. Halvorsen, I. Pivac, D. Bezmalinović, F. Barbir, and F. Zenith, “Electrochemical low-frequency impedance spectroscopy algorithm for diagnostics of PEM fuel cell degradation,” *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 45, no. 2, Art. no. 2, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.ijhydene.2019.04.004.
13. Mohd. Kamal, T. Sakorikar, U. M. Pal, and H. J. Pandya, “Engineering Approaches for Breast Cancer Diagnosis: A Review,” *IEEE Rev. Biomed. Eng.*, vol. 16, pp. 687–705, 2023, doi: 10.1109/RBME.2022.3181700.
14. Zarafshani, “Feasibility Test of Quantitative Assessment of Breast Density Based on Dielectric Impedance Spectroscopy,” *JABB*, vol. 2, no. 6, Art. no. 6, Apr. 2017, doi: 10.15406/jabb.2017.02.00047.
15. M. Safronov, A. Kuzmin, O. Bodin, V. Baranov, O. Timokhina, and O. Cheban, “Reducing of Bioimpedance Influence on ECG by Correction Filter in Mobile Heart Monitoring System,” in 2020 27th Conference of Open Innovations Association (FRUCT), Trento, Italy: IEEE, Sep. 2020, pp. 200–206. doi: 10.23919/FRUCT49677.2020.9211026.
16. Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Mokhovaya 11-7, Moscow 125009, Russia and A. V. Korjenevsky, “Research electrical impedance tomography system suitable for making in out of factory conditions,” *JRE*, vol. 2021, no. 9, Art. no. 9, Sep. 2021, doi: 10.30898/1684-1719.2021.9.5.

Reconstruction of Object Inhomogeneity Parameters by Near-Field Measurements in Microwave Tomography Using Neural Networks

A.V. Medvedev¹, M.Yu. Medvedik²

Penza State University, Penza, Russia

¹ ORCID: 0009-0004-1176-9517, mdl-studio@yandex.ru

² ORCID: 0000-0003-4066-1818, medv@mail.ru

Abstract

The article proposes a method for reconstruction inhomogeneity parameters based on the results of near-field measurements in medical diagnostics. This is a classical inverse problem arising in various fields of science and technology. At the first stage, the problem of wave propagation inside an object is considered. A rigorous description of the problem is given both as a boundary value problem and as a volume integral equation. Next, using the numerical solution of this equation, the field values outside the body in the near zone are determined. At the second stage, using the obtained near-field values using a two-step algorithm, a search for inhomogeneities occurs. A specially trained neural network filters the values obtained before and after the two-step algorithm, thereby improving the quality of images visualizing inhomogeneities. Graphic illustrations of the original and restored values of inhomogeneities for the objects under consideration are presented. An experiment was conducted demonstrating the features of restoring object parameters using neural networks. The results show the effectiveness of filtering the calculated data by the autoencoder. A software package for determining the parameters of inhomogeneities inside the object is proposed and implemented.

Keywords: numerical methods, integral equation, Helmholtz equation, inverse problem, neural network.

References

1. Medvedik, Mikhail Y., Smirnov, Yury G. and Tsupak, Aleksei A.. "Inverse vector problem of diffraction by inhomogeneous body with a piecewise smooth permittivity" *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*, vol. 32, no. 3, 2024, pp. 453-465. <https://doi.org/10.1515/jiip-2022-0060>
2. Medvedik, M., & Moskaleva, M. (2020). Numerical Method for Reconstruction of Inhomogeneity Parameters of a Body Placed in a Semi-Infinite Rectangular Waveguide. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 41, 1371-1376. DOI:10.1134/S1995080220070288
3. Medvedik, M., Smirnov, Y.G., & Tsupak, A.A. (2020). Non-iterative two-step method for solving scalar inverse 3D diffraction problem. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 28, 1474 - 1492. DOI:10.1080/17415977.2020.1727466
4. Medvedik, Mikhail, Yu. G. Smirnov and Aleksei A. Tsupak. "The two-step method for determining a piecewise-continuous refractive index of a 2D scatterer by near field measurements." *Inverse Problems in Science and Engineering* 28 (2020): 427 - 447. DOI:10.1080/17415977.2019.1597872
5. Evstigneev R.O., Medvedik M.Y. Reconstruction of Inhomogeneities in a Hemisphere from the Field Measurements // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. - 2019. - Vol. 40. - N. 10. - P. 1653-1659. doi: 10.1134/S1995080219100093

6. Smirnov Y.G., Medvedik M.Y., Moskaleva M.A. Two-Step Method for Permittivity Determination of an Inhomogeneous Body Placed in a Rectangular Waveguide // Lobachevskii Journal of Mathematics. - 2018. - Vol. 39. - N. 8. - P. 1140-1147. doi: 10.1134/S1995080218080115
7. Medvedik, M.Y., Smirnov, Y.G. & Tsupak, A.A. Scalar problem of plane wave diffraction by a system of nonintersecting screens and inhomogeneous bodies. Comput. Math. and Math. Phys. 54, 1280–1292 (2014). <https://doi.org/10.1134/S0965542514080089>
8. Medvedik, M.Y. A subhierarchical method for solving the Lippmann-Schwinger integral equation on bodies of complex shapes. J. Commun. Technol. Electron. **57**, 158–163 (2012). <https://doi.org/10.1134/S1064226912010123>
9. V. Cherepenin et al., “A 3D electrical impedance tomography (EIT) system for breast cancer detection,” *Physiol. Meas.*, vol. 22, no. 1, Art. no. 1, Feb. 2001, doi: 10.1088/0967-3334/22/1/302.
10. S. Havriliak and S. Negami, “A complex plane representation of dielectric and mechanical relaxation processes in some polymers,” *Polymer*, vol. 8, pp. 161–210, Jan. 1967, doi: 10.1016/0032-3861(67)90021-3.
11. Zarafshani, T. Bach, C. R. Chatwin, S. Tang, L. Xiang, and B. Zheng, “Conditioning Electrical Impedance Mammography System,” *Measurement*, vol. 116, pp. 38–48, Feb. 2018, doi: 10.1016/j.measurement.2017.10.052.
12. J. Halvorsen, I. Pivac, D. Bezmalinović, F. Barbir, and F. Zenith, “Electrochemical low-frequency impedance spectroscopy algorithm for diagnostics of PEM fuel cell degradation,” *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 45, no. 2, Art. no. 2, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.ijhydene.2019.04.004.
13. Mohd. Kamal, T. Sakorikar, U. M. Pal, and H. J. Pandya, “Engineering Approaches for Breast Cancer Diagnosis: A Review,” *IEEE Rev. Biomed. Eng.*, vol. 16, pp. 687–705, 2023, doi: 10.1109/RBME.2022.3181700.
14. Zarafshani, “Feasibility Test of Quantitative Assessment of Breast Density Based on Dielectric Impedance Spectroscopy,” *JABB*, vol. 2, no. 6, Art. no. 6, Apr. 2017, doi: 10.15406/jabb.2017.02.00047.
15. M. Safronov, A. Kuzmin, O. Bodin, V. Baranov, O. Timokhina, and O. Cheban, “Reducing of Bioimpedance Influence on ECG by Correction Filter in Mobile Heart Monitoring System,” in 2020 27th Conference of Open Innovations Association (FRUCT), Trento, Italy: IEEE, Sep. 2020, pp. 200–206. doi: 10.23919/FRUCT49677.2020.9211026.
16. Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Mokhovaya 11-7, Moscow 125009, Russia and A. V. Korjenevsky, “Research electrical impedance tomography system suitable for making in out of factory conditions,” *JRE*, vol. 2021, no. 9, Art. no. 9, Sep. 2021, doi: 10.30898/1684-1719.2021.9.5.