

Особенности визуализации геометрических объектов в БН-исчислении

Е.В. Конопацкий^{1,A}, А.А. Бездитный^{2,B}, Я.А. Кокарева^{3,C}, В.В. Кучеренко^{4,D}

^A ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

^B Севастопольский филиал ФГБОУВО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»

^C ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет»

^D Общество с ограниченной ответственностью «Юго-Западная Торговая Компания»

¹ ORCID: 0000-0003-4798-7458, e.v.konopatskiy@mail.ru

² ORCID: 0000-0003-0528-9731, pereverten_1985@mail.ru

³ ORCID: 0000-0003-4408-6777, yanka_demon@rambler.ru

⁴ ORCID: 0000-0003-2057-3060, drago_magic@mail.ru

Аннотация

В работе рассмотрен подход к визуализации геометрических объектов на основе точечных уравнений их формирования. Точечные уравнения, которые представляются в символьном виде, сводятся к системе параметрических уравнений посредством покоординатного расчёта. Количество уравнений такой системы напрямую зависит от размерности пространства, в котором рассматривается геометрический объект. Основная идея заключается в том, что одна часть уравнений этой системы используется для пространственной визуализации объекта, а другая часть – для цветовой визуализации. Таким образом, совместное использование пространственной и цветовой визуализации позволяет уменьшить размерность пространства, задействованную на пространственную визуализацию, и появляется возможность визуализации дополнительных свойств геометрического объекта. Отличительной особенностью предложенного подхода является использование непрерывного нелинейного цветового кодирования информации с помощью некоторой непрерывной функции для расширения возможностей визуализации геометрических объектов многомерного пространства. В работе приводятся 6 примеров практического использования предложенного подхода для визуализации однопараметрических и двухпараметрических геометрических объектов. При этом исследованы возможности визуализации однопараметрических объектов на примере дуг алгебраических кривых, принадлежащих пространствам различных размерностей, и двухпараметрических – на примере визуализации участка топографической поверхности. Перспективой дальнейших исследований является обобщение предложенного подхода для визуализации трёхпараметрических геометрических объектов и тел, а также реконструкция пространственных геометрических объектов на основе цветных изображений.

Ключевые слова: БН-исчисление, геометрический объект, покоординатный расчёт, визуализация, нелинейное цветовое кодирование.

1. Введение

Основную часть информации об окружающем мире человек получает через зрение. В процессе зрительного восприятия какого-либо объекта исследователи, прежде всего, обращают внимание на его форму и цвет. На подобном свойстве восприятия человеком информации построено большинство систем автоматизированного проектирования и

дизайна. Такой подход позволяет передать не только информацию о форме исследуемого (или проектируемого) объекта, но и дополнительные его свойства в виде цветового сопровождения, отражающего изменение физических, механических, архитектурных и других свойств объекта. Однако такая цветопередача информации представляет собой либо дискретный набор окрашенных зон (например, в системах автоматизированного проектирования конечно-элементного анализа [1-2]), либо линейную зависимость (например, в геоинформационных системах с использованием градиента [3] или без него [4]).

В данной работе предлагается использовать для расширения возможностей визуализации многомерного пространства непрерывное нелинейное цветовое кодирование информации, при котором изменение цвета представляет собой некоторую непрерывную функцию. Для этого необходимо, чтобы аналитическое описание исследуемого многофакторного процесса (или явления) было представлено в параметрической форме, при которой каждой отдельной оси глобальной системы координат соответствует всего одна конкретная характеристика моделируемого геометрического объекта. Подобный подход используется для визуализации многомерных геометрических объектов путём их проецирования на плоскости проекций [5]. Только в данном случае проецирование происходит не на плоскости, а на оси проекций.

БН-исчисление (точечное исчисление Балюбы-Найдыша [6-8]) было разработано в 90-е года XX века коллективом учёных Мелитопольской школы прикладной геометрии. По происхождению БН-исчисление является синтезом векторного, тензорного и барицентрического исчислений, из которых оно на стадии формирования заимствовало идеи и методы определения геометрических объектов, и их аналитическое описание [6]. Изначально БН-исчисление создавалось как специальный математический аппарат для инженерных расчётов, связанных с моделированием кривых и поверхностей любой формы по наперёд заданным требованиям и в нужной параметризации. Однако, в процессе его развития, кроме формообразования геометрических объектов, оно нашло широкое применение в области моделирования и оптимизации многофакторных процессов и явлений с помощью многомерной интерполяции и аппроксимации в геометрической их интерпретации [9-11].

Базовым элементом БН-исчисления является точка и все геометрические объекты определяются как организованное множество точек, для аналитического описания которых используются инвариантные свойства параметра относительно параллельного проецирования. Исходя из этого БН-исчисление в аффинном пространстве можно считать частным случаем вурф-исчисления в проективном пространстве, предложенного Х. Штаудтом.

Основная отличительная особенность БН-исчисления состоит в том, что отдельно определяется каждая проекция искомого геометрического объекта на оси глобальной декартовой системы координат. А сам геометрический объект является результатом совместного взаимодействия всех проекций. Таким образом, используя цветовое сопровождение, появляется возможность наряду с геометрической формой передать некоторые дополнительные свойства, соответствующие одной из осей глобальной системы координат.

Следует отметить, что выделение одного из параметров с помощью цветового кодирования является достаточно распространенным приемом при построении визуального представления, который является эффективным инструментом научной визуализации для систематизации, моделирования и анализа многомерных данных [12-13].

2. Покоординатный расчёт геометрических объектов в БН-исчислении

Точечные уравнения по своей сути представляют специфическую символическую запись, которая включает совокупность точек симплекса и некоторых функций от теку-

щих и фиксированных параметров. Для практического использования точечных уравнений необходимо определить исходные точки в некоторой системе координат. Такая процедура в БН-исчислении получила название покоординатного расчёта, результатом которого является система однотипных параметрических уравнений. При этом каждое из параметрических уравнений геометрически представляет собой проекцию искомого геометрического объекта на одну из осей глобальной системы координат. Покоординатный расчёт является одним из ключевых элементов теории БН-исчисления и его сущность легче всего рассмотреть на простом примере.

Пусть заданы две точки: $A(x_A, y_A, z_A, \dots)$, $B(x_B, y_B, z_B, \dots)$. Уравнение прямой AB имеет вид: $\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A} = \frac{z-z_A}{z_B-z_A} = \dots$. Легко заметить замечательную особенность этой

формулы – идентичность выражений между знаками равенства независимо от размерности пространства. Если постоянное отношение разности координат точек принять в качестве параметра t :

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A} = \frac{z-z_A}{z_B-z_A} = \dots = t,$$

а затем ввести удобную символьную запись этой системы покоординатных выражений:

$\frac{M-A}{B-A} = t$, то получим компактную запись уравнения прямой в точечной форме. Обра-

тим внимание, что система покоординатных уравнений позволяет производить алгебраические операции в точечной форме:

$$\frac{M-A}{B-A} = t \leftrightarrow M = (B-A)t + A.$$

При этом все арифметические операции выполняются с точками как с обычными числами.

Последнее точечное уравнение определяет точку A при значении $t=0$, точку B – при $t=1$, отрезок AB – при $0 \leq t \leq 1$. Делаем вывод, что точечное уравнение отрезка обеспечивается специальным подбором параметра. Получение искомым точек с помощью точечных уравнений – определяет математический аппарат БН-исчисления. При этом параметр должен обеспечивать идентичность математических операций с точками, т.е. с их координатами. Поскольку графическое изображение точки в декартовой системе координат основано на параллельном проецировании, то параметром t должен быть инвариант такого проецирования – простое отношение трех точек прямой.

Например, переходя от точечного уравнения прямой к системе параметрических уравнений, для трёхмерного пространства получим:

$$M = (B-A)t + A \rightarrow \begin{cases} x_M = (x_B - x_A)t + x_A; \\ y_M = (y_B - y_A)t + y_A; \\ z_M = (z_B - z_A)t + z_A. \end{cases}$$

При этом количество параметрических уравнений напрямую зависит от размерности пространства, в котором располагается искомым геометрический объект.

Аналогичным образом, заменяя точки на соответствующие им координаты, осуществляется переход от символьных точечных уравнений к системе параметрических уравнений.

Использование системы параметрических уравнений для визуализации геометрических объектов является более предпочтительным, поскольку позволяет не только однозначно определить тип геометрического объекта по параметризованному признаку, но и эффективно использовать разделенные уравнения, соответствующие проекциям на оси глобальной системы координат, для кодирования различных свойств моделируемого объекта.

3. Особенности визуализации плоских линий

При геометрическом моделировании многофакторных процессов и явлений [9-11] кривая линия, как однопараметрическое множество, служит для аналитического описания однофакторных процессов и явлений. Следует отметить, что прямая линия является частным случаем кривой линии с нулевой кривизной. При этом для визуального представления прямой линии достаточно иметь одномерное пространство как раз этой линией и образованное, и ограниченное некоторым отрезком. Для графической визуализации кривой линии необходимо использование как минимум двухмерного пространства – плоскости, в случае плоской кривой (визуализация пространственных кривых рассмотрена ниже). Однако если использовать цветовое кодирование кривой линии, то можно ограничиться одномерным пространством. Тогда задача сводится к представлению прямой линии, на которой с изменением кривизны меняется её цвет. Самый простой способ организации такой визуализации – это использование отдельных проекций плоской кривой линии на оси плоской декартовой системы координат, аналитическим отражением которых является система параметрических уравнений.

Рассмотрим пример визуализации плоской параболы, проходящей через 3 наперёд заданные точки [14]. Точечное уравнение параболы имеет следующий вид:

$$M = M_1\bar{t}(1-2t) + 4\bar{t}tM_2 + M_3t(2t-1),$$

где M – текущая точка дуги параболы;

M_i – точки, через которые проходит дуга параболы;

t – текущий параметр, который изменяется от 0 до 1;

$\bar{t} = 1-t$ – дополнение параметра до 1.

Переходя от точечного уравнения к параметрическим, получим:

$$\begin{cases} x_M = x_{M_1}\bar{t}(1-2t) + 4\bar{t}tx_{M_2} + x_{M_3}t(2t-1); \\ y_M = y_{M_1}\bar{t}(1-2t) + 4\bar{t}ty_{M_2} + y_{M_3}t(2t-1). \end{cases}$$

Визуализация такой кривой в плоскости будет иметь следующий вид (рис. 1).

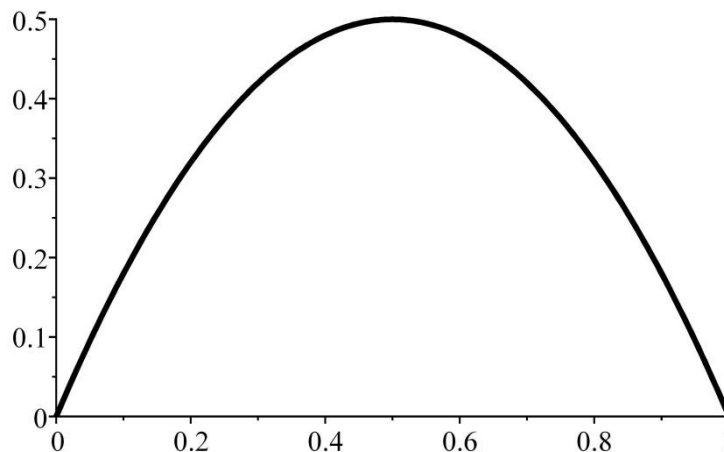


Рис. 1. Визуализация плоской параболы

Далее построим отрезок прямой M_1M_3 , у которого цвет будет изменяться в зависимости от положения текущей точки. Т.е. движение текущей точки будет определяться уравнением $x_M = f(t)$, а цвет отрезка для каждого положения текущей точки – $y_M = \psi(t)$. В результате получим следующую визуализацию дуги параболы (рис. 2), для которой восстановить значения функции $y_M = \psi(t)$ можно с помощью прилагаемой цветовой легенды в виде спектрограммы.

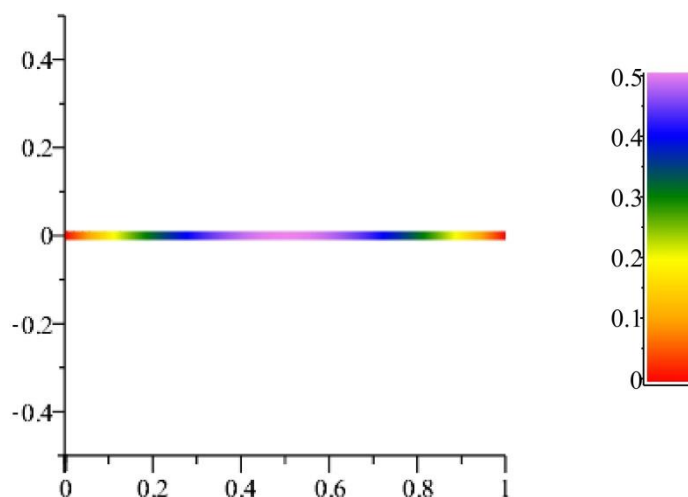


Рис. 2. Визуализация параболы, у которой изменение координаты y закодировано цветом

Следует отметить, что полученный цветной отрезок прямой представляет собой проекцию дуги параболы, максимум которой достигается при значении $y = 0,5$, что соответствует фиолетовому цвету. При этом на рис. 2 наглядно видно, как кривая сначала возрастает до точки максимума, а затем убывает.

Таким образом, использование цветового кодирования позволило в процессе визуализации уменьшить размерность пространства геометрического объекта на единицу.

4. Особенности визуализации пространственных линий

Моделирование пространственных линий, имеющих больше степеней свободы по сравнению с плоскими, имеет свои отличительные особенности. Под термином «пространственная кривая» обычно понимается линия двойкой кривизны, точки которой не лежат в одной плоскости. Это определение в некотором смысле является противоречивым и справедливо исключительно для 3-мерного пространства. Например, для кривой 4-го порядка, принадлежащей в общем случае 4 мерному пространству, точки также не будут лежать в одной плоскости, более того они не будут лежать в одном 3-мерном пространстве. Это же справедливо и для алгебраических кривых n -го порядка. Однако, визуализировать в полной мере форму пространственных кривых можно лишь представив пространство размерности n , что является крайне сложной задачей. Поэтому для уменьшения размерности пространства используется метод проецирования, чаще всего ортогонального. Таким образом, любую пространственную кривую можно представить в виде совокупности проекций на плоскости проекций глобальной системы координат, что не совсем удобно для аналитических вычислений, для которых предпочтительным является проецирование не на плоскости проекций, а на оси глобальной системы координат.

Рассматривая алгебраические кривые n -го порядка, следует также учитывать, что они представляют собой совокупность $n-1$ множеств, существующих в пространствах различных размерностей. Например, кривую 3-го порядка можно представить в виде двух множеств [15]: плоская кривая (кубика) и пространственная кривая (принадлежащая 3-мерному пространству).

Сейчас визуализация пространственных линий осуществляется средствами компьютерной графики в основном путём аппроксимации. Например, в работе [16] приводится пример возможностей программы визуального моделирования 3dMAX, позволяющий визуализировать пространственную кривую, пропуская вдоль неё сечения в форме окружности.

Более качественные результаты визуализации можно получить, используя цветовое кодирование одной из координат системы параметрических уравнений пространственной кривой. При этом для визуализации пространственных кривых используются системы компьютерной математики. Такой подход позволяет увеличить размерность пространства для визуализации алгебраических кривых более высоких порядков.

Рассмотрим пример визуализации пространственной кривой Безье 3-го порядка в виде плоской проекции на горизонтальную плоскость проекций, которая определяется следующим точечным уравнением:

$$M = A_1 \bar{t}^3 + 3A_2 \bar{t}^2 t + 3A_3 \bar{t} t^2 + A_4 t^3,$$

где M – текущая точка дуги кривой Безье 3-го порядка;

A_i – точки, определяющие положение касательных $A_1 A_2$ и $A_3 A_4$ дуги кривой Безье 3-го порядка.

Выполнив по координатный расчёт точечного уравнения дуги кривой Безье 3-го порядка в 3-мерном пространстве, получим:

$$\begin{cases} x_M = x_{A_1} \bar{t}^3 + 3x_{A_2} \bar{t}^2 t + 3x_{A_3} \bar{t} t^2 + x_{A_4} t^3; \\ y_M = y_{A_1} \bar{t}^3 + 3y_{A_2} \bar{t}^2 t + 3y_{A_3} \bar{t} t^2 + y_{A_4} t^3; \\ z_M = z_{A_1} \bar{t}^3 + 3z_{A_2} \bar{t}^2 t + 3z_{A_3} \bar{t} t^2 + z_{A_4} t^3. \end{cases}$$

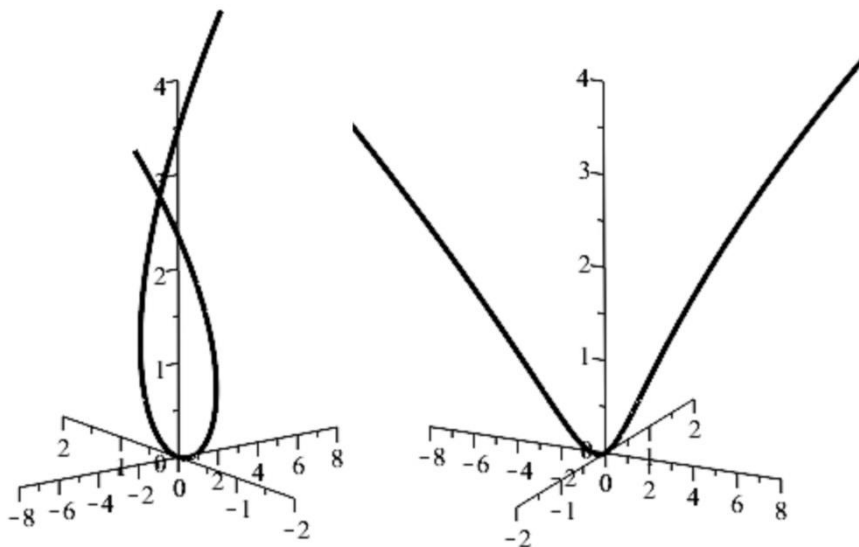


Рис. 3. Визуализация дуги кривой 3-го порядка в 3-мерном пространстве

На рис. 3 пространственная дуга кривой 3-го порядка показана с различных ракурсов. Такая необходимость возникает, поскольку по статическому изображению с одного ракурса не очевидно, что дуга кривой является линией двойной кривизны, а не плоской линией.

Используем сочетание функциональных зависимостей координат x и y текущей точки M для определения положения горизонтальной проекции пространственной кривой, а высотную отметку (координата z точки M) зададим изменением цветовой палитры. Результаты визуализации пространственной кривой Безье 3-го порядка представлены на рис. 4.

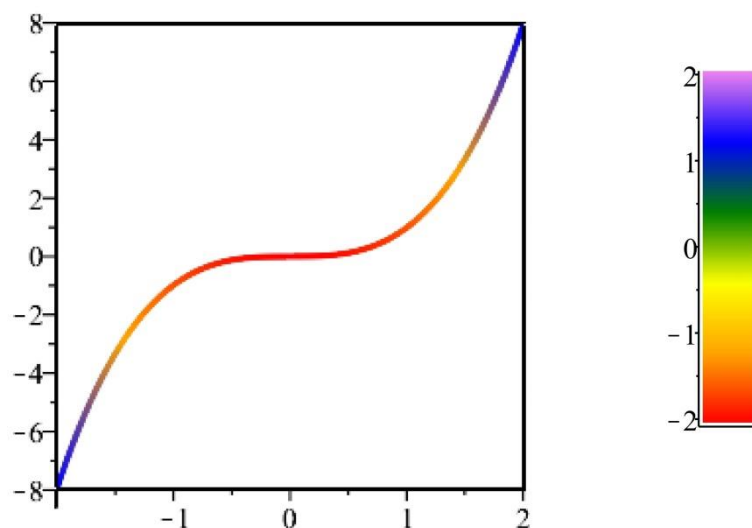


Рис. 4. Визуализация пространственной кривой двойкой кривизны на плоскости

Цветовое кодирование можно также использовать для усиления эффекта, чтобы подчеркнуть некоторые свойства моделируемого объекта. Например, на рис. 5 представлена визуализация пространственной кривой, для которой значения высотных отметок дублируют изменение цвета дуги кривой по ходу движения текущей точки.

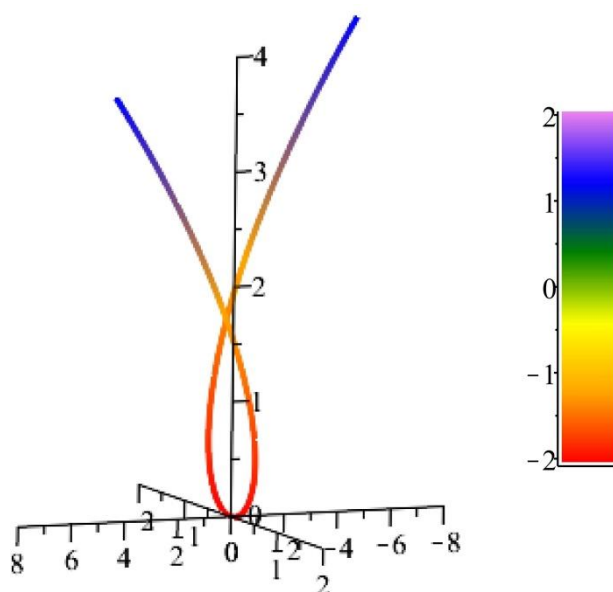


Рис. 5. Визуализация кривой двойкой кривизны в 3-мерном пространстве

Предложенный подход к визуализации пространственных линий можно обобщить и использовать для визуализации пространственных кривых, принадлежащих 4-мерному пространству. Из алгебраических кривых необходимыми свойствами обладают кривые, начиная с 4-го порядка.

Рассмотрим пример визуализации дуги кривой 4-го порядка, проходящей через 5 наперед заданных точек [17] в 4-мерном пространстве:

$$M = M_1 p_1 + M_2 p_2 + M_3 p_3 + M_4 p_4 + M_5 p_5,$$

где $p_1 = \bar{t}^4 - \frac{13}{3}\bar{t}^3 t + \frac{13}{3}\bar{t}^2 t^2 - \bar{t}t^3;$

$$p_2 = 16\bar{t}^3 t - \frac{64}{3}\bar{t}^2 t^2 + \frac{16}{3}\bar{t}t^3;$$

$$p_3 = -12\bar{t}^3 t + 40\bar{t}^2 t^2 - 12\bar{t} t^3;$$

$$p_4 = \frac{16}{3}\bar{t}^3 t - \frac{64}{3}\bar{t}^2 t^2 + 16\bar{t} t^3;$$

$$p_5 = -\bar{t}^3 t + \frac{13}{3}\bar{t}^2 t^2 - \frac{13}{3}\bar{t} t^3 + t^4.$$

Система параметрических уравнений дуги кривой 4-го порядка в 4-мерном пространстве будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} x_M = x_{M_1} p_1 + x_{M_2} p_2 + x_{M_3} p_3 + x_{M_4} p_4 + x_{M_5} p_5; \\ y_M = y_{M_1} p_1 + y_{M_2} p_2 + y_{M_3} p_3 + y_{M_4} p_4 + y_{M_5} p_5; \\ z_M = z_{M_1} p_1 + z_{M_2} p_2 + z_{M_3} p_3 + z_{M_4} p_4 + z_{M_5} p_5; \\ r_M = r_{M_1} p_1 + r_{M_2} p_2 + r_{M_3} p_3 + r_{M_4} p_4 + r_{M_5} p_5. \end{cases}$$

В соответствии с предложенным методом визуализации, используем первые три уравнения из системы параметрических уравнений для определения положения текущей точки в 3-мерном пространстве, а четвёртое уравнение представим с помощью изменения значений цветовой палитры. В результате получим визуализацию одной из проекций пространственной дуги кривой 4-го порядка, принадлежащей 4-мерному пространству (рис. 6).

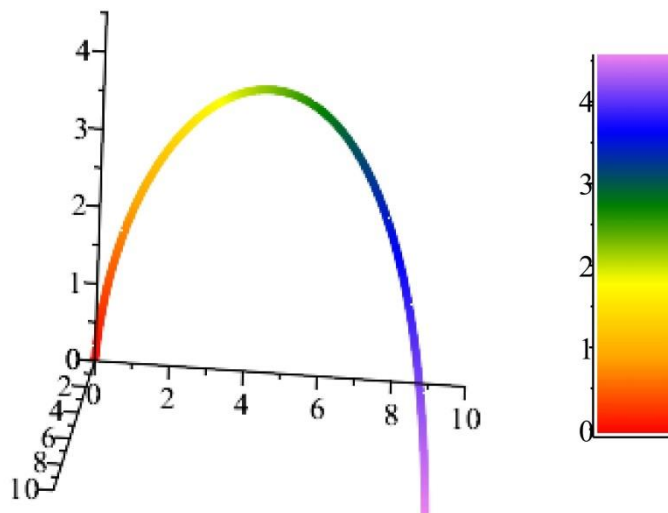


Рис. 6. Визуализация проекции пространственной дуги кривой 4-го порядка на 3-мерное пространство

Конечно, не все пространственные линии удобно визуализировать подобным образом. Например, визуализация винтовой цилиндрической линии будет невозможна, поскольку проекции текущей точки кривой будут накладываться друг на друга. Во многих же случаях предложенный метод визуализации может служить эффективным инструментом для получения новых знаний о геометрических свойствах объектов 4-мерного пространства.

5. Особенности визуализации отсеков поверхности

Визуализация поверхности сама по себе задача нетривиальная, поскольку требует размещения трёхмерного изображения в плоскости экрана. Здесь используются аксонометрические и перспективные проекции, дискретизация, изменение цвета и другие технологии визуализации. При этом сама поверхность может представляться совокупностью дискретных точек, линий, треугольников, прямоугольников и других элементов. Отдельной разновидностью визуализации, в том числе и поверхностей, являются номограммы, которые нашли широкое применение в инженерной практике и пред-

ставляют собой дискретный набор линий, обладающих определёнными свойствами, которые обычно соответствуют фиксированным значениям одного из исследуемых факторов. При этом нередко используются нелинейные сетки (например, логарифмические).

Одним из способов визуализации таких номограмм может быть использование кодирования цветом одной из координат, что также позволяет уменьшить размерность пространства для анализа полученных результатов.

В качестве примера рассмотрим визуализацию двухфакторного процесса зависимости теплоты Q , полученной от котлоагрегата, от температурного напора теплоносителя t и диаметра конвективных труб d (рис. 7).

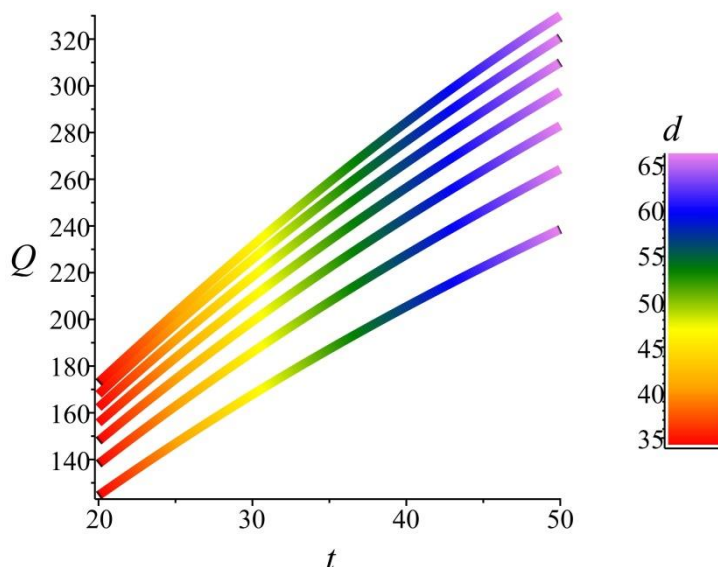


Рис. 7. Визуализация двухфакторного процесса в виде номограммы

Другим, более эффективным способом визуализации отсека поверхности с использованием цветового кодирования является использование не дискретных линий, показанных на номограмме, а непрерывного цветового поля значений (рис. 8).

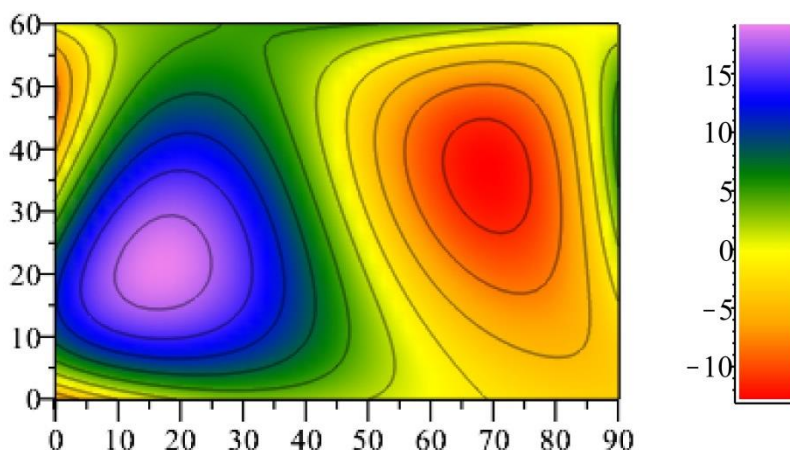


Рис. 8. Визуализация участка топографической поверхности с помощью цветового кодирования изменения координаты z

На рис. 8 приводится пример визуализации участка топографической поверхности, геометрическая модель которого представлена в [18], с помощью цветового кодирования изменения высотных отметок, соответствующих изменению координаты z .

Подобный способ визуализации широко распространен в двумерных задачах вычислительной физики для представления изучаемой величины, как функции от двух пространственных переменных. Например, в работах [19-20].

6. Заключение

В работе предложен подход, позволяющий осуществить визуализацию геометрических объектов на основе точечных уравнений их формирования. Такой подход позволяет при визуализации уменьшить размерность пространства, что, в перспективе, даёт возможность визуального представления большего количества свойств, характеризующих проектируемый или исследуемый объект. Приведенные примеры подтверждают возможность использования предложенного подхода в инженерной и научной практике для визуализации

Конечно, как и любой аппарат проецирования, цветовое кодирование изменения координат обладает своими недостатками. Основным из которых является сложность представления геометрического объекта в пространстве, что требует от пользователя расширенного навыка пространственного мышления. Тем не менее, его можно эффективно использовать как один из альтернативных инструментов инженерной и научной визуализации, обладающего своими преимуществами.

Перспективой дальнейших исследований является визуализация с помощью точечных уравнений геометрических тел и гиперповерхностей, как многопараметрического множества точек, принадлежащих многомерному пространству.

Список литературы

1. Толмачева Ю.П., Шматкова А.В., Зайдес С.А. Применение метода конечных элементов для визуализации напряженно-деформированного состояния костей рыб (2019). Научная визуализация 11.2: 114-125, [DOI: 10.26583/sv.11.2.09](https://doi.org/10.26583/sv.11.2.09).
2. Сергеев Д.А., Ермакова О.С., Суворов А.С., Троицкая Ю.И., Кандауров А.А., Коньков А.И. Использование средств визуализации для верификации методов численного моделирования в эталонном эксперименте по обтеканию прямоугольного препятствия (2018). Научная визуализация 10.2: 1-14, [DOI: 10.26583/sv.10.2.01](https://doi.org/10.26583/sv.10.2.01)
3. Степанов Ю.А., Бурмин Л.Н., Степанов А.В. Визуализация звуковых частот протекания геомеханических процессов с использованием ГИС-технологий (2018). Научная визуализация 10.3: 144-151, [DOI: 10.26583/sv.10.3.11](https://doi.org/10.26583/sv.10.3.11).
4. Беляев К.П., Кулешов А.А., Тучкова Н.П. Оценки меридионального переноса тепла и массы в Южной Атлантике по совместной модели циркуляции атмосферы и океана с усвоением данных наблюдений и с применением средств визуализации (2019). Научная визуализация 11.1: 119-138, [DOI: 10.26583/sv.11.1.10](https://doi.org/10.26583/sv.11.1.10).
5. Барабанов В.Ф., Нужный А.М., Подвальный С.Л., Сафронов В.В. Разработка программного комплекса восстановления и визуализации 3d-моделей по набору приближенных ортогональных проекций. Научная визуализация, 2017. Т.9. №2. С. 82-93.
6. Балюба И.Г., Горягин Б.Ф., Малютина Т.П., Давыденко И.П., Конопацкий Е.В. Точечное исчисление геометрических форм и его место в ряду других существующих исчислений. Компьютерно-интегрированные технологии: образование, наука, производство. Луцк: ЛНТУ, 2011. №6. С. 24-29.
7. Найдыш В.М. Балюба И.Г., Верещага В.М. Алгебра БН-исчисления. Прикладная геометрия и инженерная графика. К.: КНУБА, 2012. Вып. 90. С. 210-215.
8. Бумага А.И., Конопацкий Е.В., Крысько А.А., Чернышева О.А. Введение в математический аппарат БН-исчисления. Материалы VII Международной научно-практической интернет-конференции «Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом ВУЗе: традиции и инновации». Пермь: ПНИПУ, 2017. Вып. 4. С. 76-82.

9. Конопацкий Е.В. Подход к построению геометрических моделей многофакторных процессов и явлений многомерной интерполяции. Программная инженерия. М.: 2019. Т.10. № 2. С. 77-86.
10. Конопацкий Е.В. Геометрическое моделирование и оптимизация многофакторных процессов и явлений методом многомерной интерполяции. Труды Международной научной конференции по физико-технической информатике СРТ-2018, 28-31 мая 2018 г. Москва-Протвино, 2018. С.299-306.
11. Конопацкий Е.В. Принципы построения компьютерных моделей многофакторных процессов и явлений методом многомерной интерполяции. Сборник материалов II Международной научно-практической конференции: «Программная инженерия: методы и технологии разработки информационно-вычислительных систем (ПЛИВС-2018)». 14-15 ноября 2018 г. Донецк: ДонНТУ, 2018. С. 277-287.
12. Зиновьев А. Ю. Визуализация многомерных данных, Красноярск, Изд. КГТУ, 2000. 180 с.
13. Бондарев А.Е., Галактионов В.А. Анализ многомерных данных в задачах многопараметрической оптимизации с применением методов визуализации. Научная визуализация, 2012. Т. 4, № 2. С.1-13.
14. Бумага А.І. Точкове рівняння дуги параболи другого порядку. Прикладна геометрія та інженерна графіка. К.: КНУБА, 2012. Вип. 90. С.49-51.
15. Глаголев Н.А. Проективная геометрия. М.: Высшая школа, 1963. 344 с.
16. Иващенко А.В., Петрова Л.А. Использование программы 3dMAX для исследования пространственных кривых. Вестник МГСУ, 2011. №2/2011. С. 358-360.
17. Конопацкий Е.В. Моделирование дуг кривых, проходящих через наперед заданные точки. Вестник компьютерных и информационных технологий. М.: 2019. № 2. С. 30-36. DOI: [10.14489/vkit.2019.02.pp.030-036](https://doi.org/10.14489/vkit.2019.02.pp.030-036).
18. Конопацкий Е.В., Чернышева О.А., Кокарева Я.А. Моделирование криволинейного участка топографической поверхности на нерегулярной сети точек. Вестник компьютерных и информационных технологий. М.: 2018. № 7. С.17-22. DOI: [10.14489/vkit.2018.07.pp.017-022](https://doi.org/10.14489/vkit.2018.07.pp.017-022).
19. Bondarev A.E., Galaktionov V.A., Chechetkin V.M. Analysis of the Development Concepts and Methods of Visual Data Representation in Computational Physics. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2011. Vol. 51. No. 4. pp. 624-636.
20. Bondarev A.E. On visualization problems in a generalized computational experiment (2019). Scientific Visualization 11.2: 156-162. DOI: [10.26583/sv.11.2.12](https://doi.org/10.26583/sv.11.2.12).

Features visualization of geometric objects in the BN-calculus

E.V. Konopatskiy^{1,A}, A.A. Bezdityni^{2,B}, Ya.A. Kokareva^{3,C}, V.V. Kucherenko^{4,D}

^A Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture

^B Sevastopol branch of «Plekhanov Russian University of Economics»

^C Don State Technical University

^D The limited liability company «South-West Trading Company»

¹ ORCID: 0000-0003-4798-7458, e.v.konopatskiy@mail.ru

² ORCID: 0000-0003-0528-9731, pereverten_1985@mail.ru

³ ORCID: 0000-0003-4408-6777, yanka_demon@rambler.ru

⁴ ORCID: 0000-0003-2057-3060, drago_magic@mail.ru

Abstract

The article discusses an approach to imaging of geometric objects based on point equations of their formation. Spot equations that are represented in symbolic form, are reduced to a system of parametric equations using coordinate-wise calculation. The number of equations of the system depends on the dimension of the space in which geometric object is considered. The basic idea is that one part of this system of equations is used for spatial imaging of the object, and the other part - for color imaging. Thus, the combined use of spatial and color imaging allows to reduce the dimension of the space, involved in spatial visualization, and it becomes possible to visualize the additional properties of the geometric object. A distinctive feature of the proposed approach is the use of a continuous non-linear color encoding information by using a continuous function to expand the imaging capabilities of geometric multi-dimensional space objects. The work provides 6 examples of the practical use of the proposed approach for the visualization of one-parameter and two-parameter geometric objects. At the same time, the possibilities of visualizing one-parameter objects by the example of arcs of algebraic curves belonging to spaces of different dimensions and two-parameter ones by the example of visualizing a portion of a topographic surface are investigated. The prospect of further research is to summarize the proposed approach for visualizing three-parameter geometric objects and bodies, as well as the reconstruction of three-dimensional geometric objects based on color images.

Keywords: BN-calculus, geometric object, coordinate-wise calculation, visualization, non-linear color coding.

References

1. Tolmacheva YU.P., Shmatkova A.V., Zajdes S.A. The use of the finite element method for visualizing the stress-strain state of fish bones // Scientific Visualization 11.2: 114-125, 2019. [DOI: 10.26583/sv.11.2.09](https://doi.org/10.26583/sv.11.2.09). [in Russian].
2. Sergeev D.A., Ermakova O.S., Suvorov A.S., Troickaya Yu.I., Kandaurov A.A., Kon'kov A.I [The use of visualization tools to verify methods of numerical modeling in a reference experiment around a rectangular obstacle flow // Scientific Visualization 10.2: 1-14, 2018. [DOI: 10.26583/sv.10.2.01](https://doi.org/10.26583/sv.10.2.01). [in Russian].
3. Stepanov YU.A., Burmin L.N., Stepanov A.V. Visualization of sound frequencies of the flow of geomechanically processes using GIS technologies // Scientific Visualization 10.3: 144-151, 2018. [DOI: 10.26583/sv.10.3.11](https://doi.org/10.26583/sv.10.3.11). [in Russian].
4. Belyaev K.P., Kuleshov A.A., Tuchko-va N.P. Estimates of the meridional heat and mass transfer in the South Atlantic based on a joint model of atmospheric and ocean circula-

tion with assimilation of observational data and using visualization tools // Scientific Visualization 11.1: 119-138, 2019. DOI: [10.26583/sv.11.1.10](https://doi.org/10.26583/sv.11.1.10). [in Russian].

5. Barabanov V.F., Nuzhnyj A.M., Pod-val'nyj S.L., Safronov V.V. Development of a software complex for restoration and visualization of 3d models for a set of approximate orthogonal projections // Scientific Visualization, 2017. Vol.9. №2. pp. 82-93. [in Russian].

6. Balyuba I.G., Goryagin B.F., Malyu-tina T.P., Davydenko I.P., Konopatskiy E.V. Point calculus of geometric forms and its place among other existing calculi // Computer-integrated technologies: education, science, production. Lutsk: LNTU, 2011. №6. pp. 24-29. [in Russian].

7. Najdysh V.M. Balyuba I.G., Vereshchaga V.M. Algebra of BN-Calculus // Applied geometry and engineering graphics. Kiev: KNUBA, 2012. Vol. 90. pp. 210-215. [in Russian].

8. Bumaga A.I., Konopatskiy E.V., Krys'ko A.A., Chernysheva O.A. Introduction to the mathematical apparatus of BN calculus // Materials of the VII International scientific and practical Internet conference "Problems of quality of graphic training of students in a technical University: traditions and innovations". Perm: PNIPU, 2017. Vol. 4. pp. 76-82. [in Russian].

9. Konopatskiy E.V. An approach to the construction of geometric models of multifactor processes and the phenomena of multidimensional interpolation // Software engineering. Moscow: 2019. Vol.10. № 2. pp. 77-86. [in Russian].

10. Konopatskiy E.V. Geometric modeling and optimization of multifactor processes and phenomena by multidimensional interpolation // Proceedings of the International scientific conference on physical and technical Informatics CPT-2018, may 28-31, 2018. Moscow-Protvino, 2018. pp. 299-306. [in Russian].

11. Konopatskiy E.V. The principles of building computer models of multifactor processes and phenomena by the method of multidimensional interpolation // Collection of materials of the II International scientific and practical conference: "Software engineering: method and technologies for developing information and calculation systems (PIIVS-2018)". November 14-15, 2018 Donetsk: DonNTU, 2018. pp. 277-287. [in Russian].

12. Zinov'ev A. YU. Multidimensional Data Visualization // Krasnoyarsk, Izd. KGTU, 2000. 180 p. [in Russian].

13. Bondarev A.E., Galaktionov V.A. Analysis of multidimensional data in the tasks of multi-parameter optimization using visualization methods // Scientific Visualization, 2012. Vol. 4, № 2. pp. 1-13. [in Russian].

14. Bumaga A.I. 2-nd order parabola arc equation // Applied geometry and engineering graphics. Kiev: KNUBA, 2012. Vol. 90. pp. 49-51. [in Russian].

15. Glagolev N.A. Projective geometry // Moscow: Higher school, 1963. 344 p. [in Russian].

16. Ivashchenko A.B., Petrova L.A. Using 3dMAX to study spatial curves // MGSU Bulletin, 2011. №2/2011. pp. 358-360. [in Russian].

17. Konopatskiy E.V. Modeling arcs of curves passing through predetermined points // Moscow: 2019. № 2. pp. 30-36. DOI: [10.14489/vkit.2019.02.pp.030-036](https://doi.org/10.14489/vkit.2019.02.pp.030-036). [in Russian].

18. Konopatskiy E.V., Chernysheva O.A., Kokareva YA.A. Modeling a curved section of a topographic surface on an irregular network of points // Bulletin of computer and information technologies. Moscow: 2018. № 7. pp. 17-22. DOI: [10.14489/vkit.2018.07.pp.017-022](https://doi.org/10.14489/vkit.2018.07.pp.017-022). [in Russian].

19. Bondarev A.E., Galaktionov V.A., Chechetkin V.M. Analysis of the Development Concepts and Methods of Visual Data Representation in Computational Physics. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2011. Vol. 51. No. 4. pp. 624-636.

20. Bondarev A.E. On visualization problems in a generalized computational experiment (2019). Scientific Visualization 11.2: 156-162. DOI: [10.26583/sv.11.2.12](https://doi.org/10.26583/sv.11.2.12).