

# Реконструкция интерференционных и гильберт-структур из численных моделей поля изотерм в конвективных течениях, индуцированных в вертикальном слое воды нестационарными граничными условиями

В.А. Арбузов<sup>1,А,С</sup>, Э.В. Арбузов<sup>2,В,С</sup>, В.С. Бердников<sup>3,А,С</sup>,  
Ю.Н. Дубнищев<sup>4,А,С</sup>, С.А. Кислицын<sup>5,А,С</sup>, О.С. Золотухина<sup>6,С</sup>

<sup>А</sup> ФГБУН Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,  
г. Новосибирск, Россия

<sup>В</sup> ФГБУН Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск, Россия

<sup>С</sup> ФГБУН Новосибирский государственный технический университет, Россия

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0001-7874-039X, [dubnistchev@itp.nsc.ru](mailto:dubnistchev@itp.nsc.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0003-2404-326X

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0001-9488-8650

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0002-7819-1340

<sup>5</sup> ORCID: 0000-0002-4260-7025

<sup>6</sup> ORCID: 0000-0003-3486-4459

## Аннотация

Решена задача реконструкции интерференционных и гильберт-структур из численной модели эволюции теплового поля конвективных течений в вертикальном слое воды, ограниченном плоскими теплообменными поверхностями, при нестационарных граничных условиях в режиме монотонного охлаждения и с учётом инверсии плотности при температуре  $+4^{\circ}\text{C}$ . Моделирование тепловых полей конвективных течений в виде динамической структуры изотерм проводилось с учётом нелинейной зависимости теплопроводности и плотности воды от температуры. Из поля изотерм, дополненного вычислением поля скоростей и температурных градиентов, реконструировано поле фазовой функции, его гильберт-изображение и интерференционное поле, которые сопоставлены с результатами интерференционной и гильберт-визуализации полей фазовой оптической плотности, полученными в эксперименте. Представленные фильмы иллюстрируют качественную адекватность коэволюции численных моделей и реальных процессов.

**Ключевые слова:** оптическая диагностика, гильберт-оптика, сдвиговая интерферометрия, конвективные течения.

## 1. Введение

Интерес к изучению конвективных течений связан с особой важностью конвекции в геодинамике, физике атмосферы и океана, в гидродинамических и теплофизических процессах, связанных с образованием и ростом кристаллов [1]. Актуальность такого рода исследований в последнее время возросла в связи с наблюдаемыми аномалиями формирования и таяния льда в арктическом и антарктическом районах, а также интенсификацией освоения шельфовых нефте- и газоносных районов Арктики. В [2] методами гильберт-оптики и сдвиговой интерферометрии визуализированы конвективные структуры в вертикальном слое воды, ограниченном плоскими теплообменными поверхностями при нестационарных граничных условиях. Выполнено численное моде-

лирование поля изотерм в режиме монотонного охлаждения вертикальных стенок и фрагментарно решена обратная задача реконструкции интерферограмм и гильбертограмм из численной модели температурного поля. В развитие этих исследований возникает проблема воспроизведения коэволюции реконструированных интерференционных полей и гильберт-структур конвективных течений в сопоставлении их с результатами, полученными в экспериментах. Новизна поставленной задачи обусловлена практически полным отсутствием данных о развитии конвективных течений в условиях монотонного изменения температуры на вертикальных стенках с учётом инверсии плотности воды в окрестности изотермы ( $+4^{\circ}\text{C}$ ) и заключается в комплексном подходе, сочетающем результаты физического и численного эксперимента, в котором моделирование поля изотерм дополнено вычислением поля скоростей и температурных градиентов.

## 2. Метод

Описание исследовательского комплекса, содержащего экспериментальный стенд и систему оптической диагностики, приведено в [2]. Стенд представляет собой прямоугольную полость, заполненную водой, с прозрачными стёклами оптического качества. Внутренние размеры полости  $136\times 86\times 30$  мм. Боковые стенки образованы параллельно расположенными охлаждаемыми плоскими медными пластинками. С внешней стороны пластин имеются полости, в которые подаётся охлаждающая жидкость из криостата и термостата. Температура одной из пластин за счет прокачки теплоносителя из криостата может достигать минус  $28^{\circ}\text{C}$ . Температура другой пластины поддерживается в диапазоне от комнатной температуры до  $+8^{\circ}\text{C}$ . Система оптической диагностики методами гильберт-оптики и сдвиговой интерферометрии выполняет визуализацию градиентов возмущений фазовой оптической плотности в слое воды, индуцированных нестационарными температурными граничными условиями на вертикальных теплообменных поверхностях, ограничивающих исследуемую среду.

На рисунке 1 представлен кадр из прилагаемого к статье фильма, который иллюстрирует результаты визуализации поля фазовой оптической плотности, визуализированного методами гильберт-оптики (*a*) и сдвиговой интерферометрии (*b*).

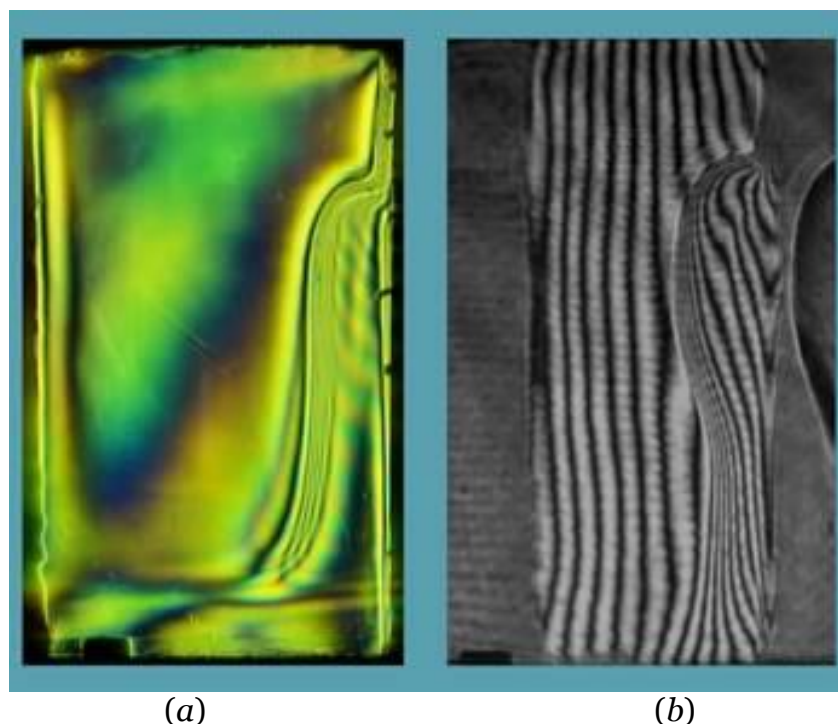


Рис. 1. Поле фазовой оптической плотности, визуализированное методами гильберт-оптики (*a*) и сдвиговой интерферометрии (*b*).

В качестве верификации полученных результатов в работе [2] выполнено численное моделирование температурных полей конвективных течений в виде динамической структуры изотерм. Из этих структур реконструировались сдвиговые интерферограммы и гильбертограммы, которые сопоставлялись с результатами, полученными в эксперименте. Конвективный теплообмен в жидкости в двумерной постановке описывался безразмерной системой уравнений Навье–Стокса, энергии и неразрывности в приближении Буссинека. Кондуктивный теплообмен в массивных горизонтальных стенках из оргстекла моделировался с использованием уравнения теплопроводности. Решение уравнений выполнялось численно методом конечных элементов в сопряжённой постановке. Учитывались зависимости плотности и коэффициента объёмного теплового расширения от температуры. На твёрдых границах для скорости (и, соответственно, для функции тока) задавались условия прилипания и не протекания. Краевое условие для вихря получено из поля функции тока с использованием метода сопряжённых результатов [3]. На границах раздела жидкости с твёрдыми стенками задавалось условие неразрывности температуры и теплового потока. Использовалась неравномерная треугольная сетка, сгущённая в различной степени ко всем границам расчётной области, с количеством узлов  $\approx 4 \cdot 10^4$ . На элементах задавались линейные базисные функции. Для построения триангуляции использовался клеточный пошаговый алгоритм по максимальному углу [4]. В программе реализован итерационный процесс, в который при необходимости подставляются нужные значения переменных с предыдущих шагов и вычисленные значения коэффициентов от параметров.

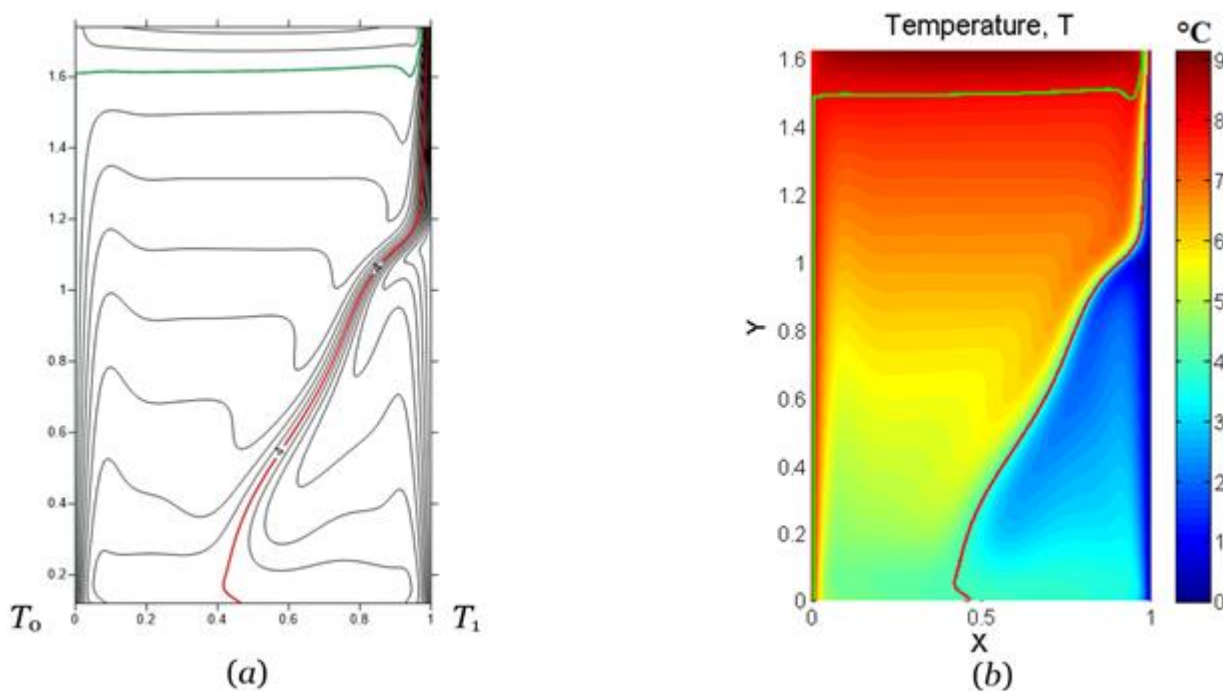


Рис. 2. Численная модель: (a) – поле изотерм ( $T_0 = 8^\circ\text{C}$ ,  $T_1 = 0^\circ\text{C}$ ); (b) – численная модель температурного поля по исходному полю изотерм (3545 с от момента включения теплообменных поверхностей, кадр 901).

Задача решена в нестационарной постановке: начальная температура системы  $+20^\circ\text{C}$ , левая вертикальная стенка монотонно охлаждается до  $+8^\circ\text{C}$  за 2500 с. Правая стенка охлаждалась до  $0^\circ\text{C}$  за 2500 с. Внешние поверхности горизонтальных стенок адиабатические. В настоящей работе моделирование поля изотерм дополнено вычислением поля скоростей и температурных градиентов. Из численно смоделированных изотерм (рисунок 2а) восстановлены поля температур. Графики построены в относительных единицах, (на рисунках реальный размер ширины кюветы, равный 86 мм, принят за единицу-масштаб при переходе к безразмерным уравнениям и гранич-

ным условиям). Температурные граничные условия на левой и правой стенках обозначены, соответственно,  $T_1$  и  $T_2$ . Визуализированные гильбертограммы отображают квази-градиентную структуру оптического фазового поля  $\Delta\varphi(x, y, T)$ , индуцированную в среде температурными граничными условиями:

$$\Delta\varphi(x, y, T) = k[n(x, y, T) - n_0]l, \quad (1)$$

где  $l$  – толщина слоя жидкости,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число светового поля,  $n(x, y, T)$  – показатель преломления жидкости как функция пространственных координат  $x$ ,  $y$  и температуры  $T$ . Эта функция определяется из температурной зависимости удельной рефракции воды. Температурная зависимость показателя преломления дистиллированной воды (рисунок 3) находилась, согласно [5, 6], через плотность и удельную рефракцию на длине волны  $\lambda=589,3$  нм при нормальном атмосферном давлении. Из пространственных распределений коэффициента преломления (рисунок 4) моделировалось поле фазовой функции, выполнялось гильберт-преобразование этого поля и реконструировались сдвиговые интерферограммы.

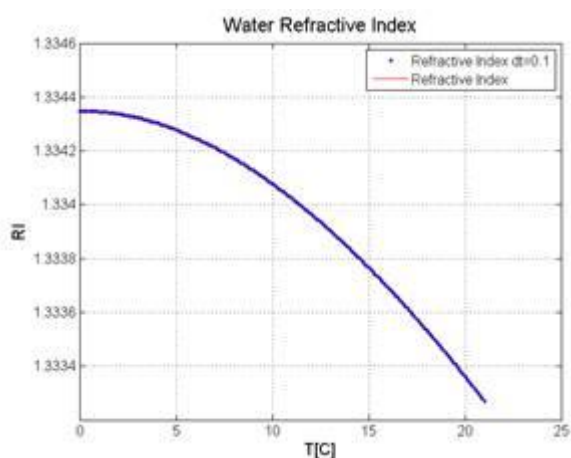


Рис. 3. Зависимость показателя преломления дистиллированной воды от температуры от  $-2^{\circ}\text{C}$  до  $+21^{\circ}\text{C}$  [5,6].

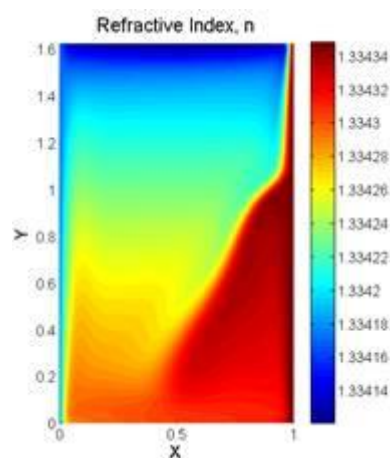


Рис. 4. Поле показателя преломления дистиллированной воды (оси  $x$ ,  $y$ ).

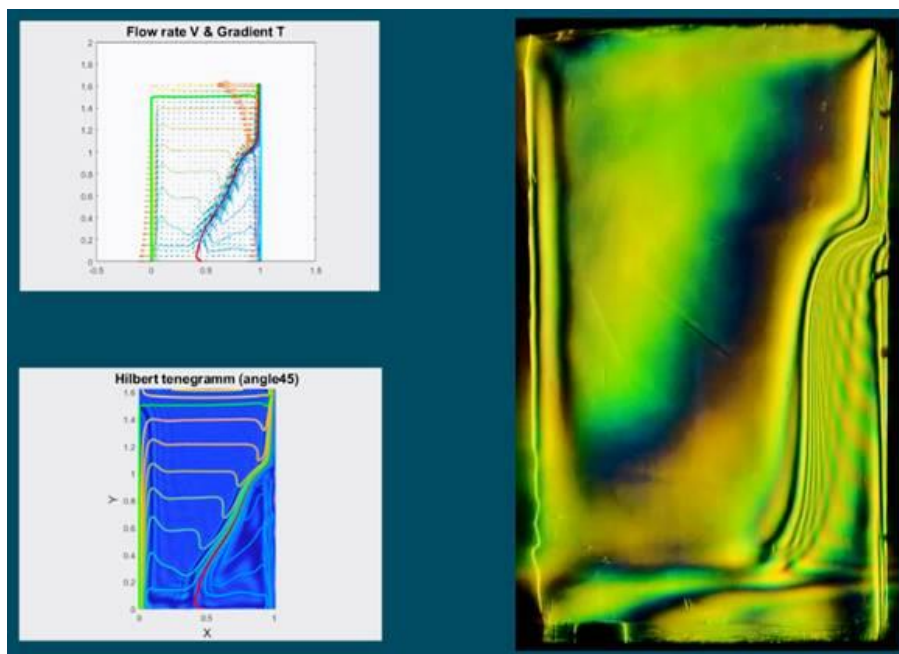


Рис. 5. Реконструкция гильберт-визуализированного поля фазовой оптической плотности.

На рисунке 5 приведён кадр из прилагаемого к статье видеофильма, на котором слева вверху показаны полученные численно поля изотерм, температурных градиентов и скоростей. Слева внизу представлено гильберт-изображение поля фазовой оптической плотности (синий цвет), реконструированное из этих численно полученных полей изотерм. Красным и зелёным цветом выделены изотермы, соответствующие температурам  $+4^{\circ}\text{C}$  и  $+8^{\circ}\text{C}$ . Справа показано полученное гильберт-визуализированное поле оптической фазовой плотности, с которым синхронизирована эволюция полей изотерм и градиентов температуры, полученных численно. Фильм демонстрирует качественное соответствие результатов эксперимента и численного моделирования.

На рисунке 6 показан кадр из другого прилагаемого к статье видеофильма.

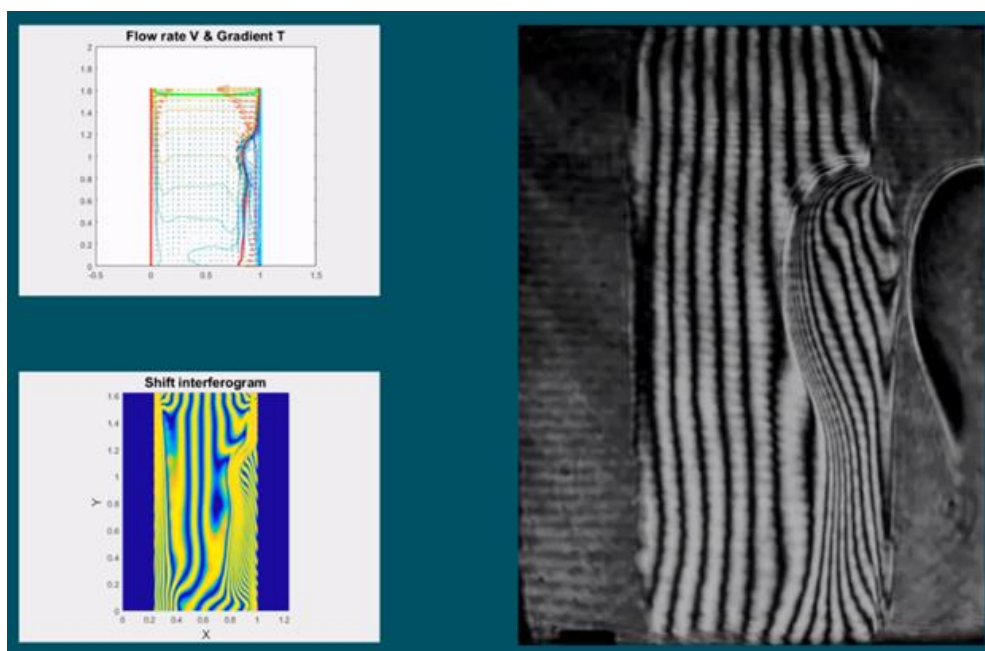


Рис. 6. Реконструкция сдвиговых интерферограмм поля оптической плотности.

Слева вверху представлена численно полученная эволюция полей изотерм, градиентов температуры и полей скоростей, слева внизу – сдвиговые интерферограммы, реконструированные по численно полученному полю изотерм. Справа на рисунке показано экспериментально полученное интерференционное поле, отображающее структуру конвективного течения индуцированного нестационарными граничными условиями. Фильм иллюстрирует качественное согласие результатов численного моделирования и эксперимента.

### 3. Заключение

Методами гильберт-оптики, сдвиговой интерферометрии и численного моделирования выполнено исследование эволюции конвективных структур, индуцированных нестационарными граничными условиями в вертикальном слое воды, ограниченном плоскими теплообменными поверхностями, в условиях монотонного охлаждения. Решена задача реконструкции гильберт-изображений и сдвиговых интерферограмм полей фазовой оптической плотности из численно полученной эволюции полей изотерм и скорости. Исследования индуцированных нестационарными граничными условиями конвективных течений актуальны для решения различных фундаментальных и прикладных задач, примером которых является развитие новых технологий выращивания кристаллов, понимание конвективных процессов в толще воды при изучении арктического и антарктического районов мирового океана.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИТ СО РАН (Гос. рег. АААА–А17–117030310010–9 и АААА–А17–117022850021–3).

## Список литературы

1. Lappa M. Thermal Collection: Patterns, Evolution and Stability. Chichester: John Willey Sons. 2010.
2. Ю.Н. Дубнищев, В.А. Арбузов, Э.В. Арбузов, В.С. Бердников, С.А. Кислицын, О.С. Мелёхина. Оптическая диагностика конвективных структур, индуцированных нестационарными граничными условиями в вертикальном слое воды. Научная визуализация. 2018. Т. 10, № 4. С. 134–144. DOI: 10.26583/sv.10.4.10.
3. Соловейчик Ю.Г., Рояк М.Э., Персова М.Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач. Новосибирск: НГТУ. 2007. 896 с.
4. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и её применение. Томск: ТГУ. 2002. 128 с.
5. Иванов А. Введение в океанографию. Издательство «Мир», Москва. 1978.
6. Таблицы стандартных справочных данных: Вода. Плотность при атмосферном давлении и температурах от 0°C до 1000°C. ГСССД 2–77. Издательство стандартов. Москва. 1978.

# Reconstruction of interference and Hilbert structures from numerical models of the isotherm field in convective flows induced in a vertical layer of water by unsteady boundary conditions

V.A. Arbuzov<sup>1,A,C</sup>, E.V. Arbuzov<sup>2,B,C</sup>, V.S. Berdnikov<sup>3,A,C</sup>,  
Yu.N. Dubnishchev<sup>4,A,C</sup>, S.A. Kislitsin<sup>5,A,C</sup>, O.S. Zolotukhina<sup>6,C</sup>

<sup>A</sup> Kutateladze Institute of Thermophysics Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia

<sup>B</sup> Sobolev Institute of Mathematics Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia

<sup>C</sup> Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0001-7874-039X, [dubnistchev@itp.nsc.ru](mailto:dubnistchev@itp.nsc.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0003-2404-326X

<sup>3</sup> ORCID: 0000-0001-9488-8650

<sup>4</sup> ORCID: 0000-0002-7819-1340

<sup>5</sup> ORCID: 0000-0002-4260-7025

<sup>6</sup> ORCID: 0000-0003-3486-4459

## **Abstract**

The problem of reconstructing interference and Hilbert structures from a numerical model of the evolution of the thermal field of convective flows in a vertical water layer bounded by flat heat-exchanging surfaces under unsteady boundary conditions in the monotonic cooling mode and taking into account density inversion at a temperature of +4 degrees Celsius was solved. The simulation of the thermal fields of convective flows in the form of the dynamic structure of isotherms was carried out taking into account the nonlinear dependence of thermal conductivity and water density on temperature. The field of the phase function, its Hilbert image and the interference field, which are compared with the results of the interference and Hilbert visualization of the fields of phase optical density obtained in the experiment, were reconstructed from the isotherms field supplemented by calculating of the velocity field and of the temperature gradients field. The presented films illustrate the qualitative adequacy of the coevolution of numerical models and real processes.

**Keywords:** optical diagnostics, Hilbert-optics, shear interferometry, convective currents.

## **References**

1. Szeliski, R. Computer vision. Algorithms and applications / R. Szeliski // Springer US. – 2010. – P. 957.
2. Maggio, E. Video tracking theory and practice / E. Maggio, A. Cavallaro. – Wiley, 2011. – P. 292.
3. Wu, Y. Tracking appearances with occlusions // Y. Wu, T. Yu, G. Hua // Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). – 2003. – P. 289-295.
4. Harris, C. A combined corner and edge detector / C. Harris, M. Stephens // Proceedings of 4th Alvey Vision Conference. – 1988. – P. 147-151.
5. Mitiche, A. Computer vision analysis of image motion by variational methods / A. Mitiche, J. K. Aggarwal // Springer US. – 2013. – P. 207.

6. Fleet, D. Mathematical models for computer vision / D. Fleet, Y. Weiss // Springer US. – 2006. – P. 606.
7. Alatan, A. Image sequence analysis for emerging interactive multimedia services / A. Alatan, L. Onural, M. Wollborn, R. Mech, E. Tuncel, T. Sikora // IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. – 1998. – P. 525-538.
8. Cavallaro, T. Interaction between high-level and low-level image analysis for semantic video object extraction / T. Cavallaro // Journal on Advances in Signal Processing. – 2004. – Vol. 2008. – № 1. – P. 786-797.
9. Freeman, W. Orientation histograms for hand gesture recognition / W. Freeman, M. Roth // Proceedings of the Workshop on Automatic Face and Gesture Recognition. – 1995. – P. 296-301.
10. Gaganov, V. Segmentatsiya dvizhushchikhsya ob'ektov v videopotoke / V. Gaganov, A. Konushin // Komp'yuternaya grafika i mul'timedia. – 2004. – № 2 (3). – <http://cgm.computergraphics.ru/content/view/67> (date of access: 01.02.2017). [In Russian]
11. Heikkila, M. A texture-based method for detecting moving objects / M. Heikkila, M. Pietikainen, J. Heikkila // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2006. – P. 657-662.
12. Tomasi, C. Good features to track / C. Tomasi, J. Shi // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 1994. – P. 593-600.
13. Arulampalam, M. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking / M. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, T. Clapp // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2002. – № 2 (50). – P. 174-178.
14. Del Bimbo, A. Particle filter-based visual tracking with a first order dynamic model and uncertainty adaptation / A. Del Bimbo, F. Dini // Computer Vision and Image Understanding. – 2011. – № 6 (115). – P. 771-786.
15. Comaniciu, D. Kernel-based object tracking / D. Comaniciu, V. Ramesh, P. Meer // IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2003. – P. 564-577.
16. Rahimi, L. Reducing drift in differential tracking / L. Rahimi, P. Morency, T. Darrell // Computer Vision and Image Understanding. – 2008. – № 2 (109). – P. 97-111.
17. Kakovkin, P.A. Application of artificial neural networks for solving the problem of two-dimensional geofields reconstruction / P.A. Kakovkin, A.A. Druki // Bulletin of the Tomsk Polytechnic University, Geo Assets Engineering. – 2016. – № 327 (2). – P. 35-43.
18. Viola, P. Rapid object detection using a boosted cascade of simple features / P. Viola, M. Jones // Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). – 2001. – P. 511-518.
19. Shapiro, L. Computer Vision / L. Shapiro, G. Stockman // Prentice Hall. – 2001. – P. 617.
20. The image processing library OpenCV. Source: <https://opencv.org>.
21. The GUI development library QT. Source: <https://www.qt.io>.
22. Database of images Baker et al. Source: <http://vision.middlebury.edu/flow>.
23. Database of videofiles Boston Head Tracking. Source: <https://www.cs.bu.edu/groups/ivc/HeadTracking/Home.html>.