

# Исследование свободной конвекции в кубической полости методами PIV и POD

Д.А. Сергеев<sup>1</sup>, А.А. Кандауров<sup>2</sup>

<sup>A</sup> Институт прикладной физики РАН

<sup>B</sup> Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-4910-3935, [daniil@appl.sci-nnov.ru](mailto:daniil@appl.sci-nnov.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0002-0014-8887, [green.pb@gmail.com](mailto:green.pb@gmail.com)

## Аннотация

В настоящей работе продемонстрированы результаты исследований пространственно-временной структуры течения естественной конвекции, в условиях вертикального градиента температуры на эталонном бенчмарке – кубе с водой. Измерения были выполнены с использованием Particle Image Velocimetry (PIV)-измерительной системы, выполненной по упрощенной схеме с использованием непрерывного лазера. Выполнены исследования характерных временных масштабов изменчивости процессов. Для получения типичных пространственных структур (мод) в потоке и изучения их спектральных характеристик был использован методом Proper Orthogonal Decomposition (POD) для обработки ансамбля полей скоростей. Было показано, что достаточно комбинации первых трех мод для адекватного описания для установившегося процесса. Учет третьей моды важен, т.к. только начиная с нее происходит значительное изменение спектров амплитудных коэффициентов мод. При этом пик сдвигается в область более высоких частот, описывая пристеночную турбулентность. Следовательно, учет этого режима необходим для описания турбулентных процессов в системе и верификации численных расчетов.

**Ключевые слова:** верификация CFD, естественная конвекция, поля скорости, PIV, POD.

## 1. Введение

Численное моделирование полей температуры и скорости турбулентных неизотермических потоках является важным инструментом при изучении процессов в энергетических установках, включая ядерные (ЯЭУ). Колебания температуры, возникающие в турбулентных неизотермических потоках, приводят к дополнительным циклическим тепловым нагрузкам на стенки оборудования и в некоторых случаях значительно сокращают срок службы, как отдельного оборудования, так и установки в целом. Кроме того, нестационарные неизотермические потоки оказывают существенное влияние на показания датчиков температуры, которые используются для контроля и управления процессами на ЭУ.

Международной рабочей группой экспертов CFD4NRS (объединяющей экспертов в области исследований безопасности ЯЭУ) в качестве эталонного эксперимента для проверки численного моделирования рекомендована задача по исследованию естественной конвекции внутри кубической полости с заданным вертикальным градиентом температуры. Здесь также, следует отметить, что естественная конвекция в закрытых полостях является традиционным объектом фундаментальных исследований, в силу возможности реализации разнообразных режимов течений в подобных условиях [1, 2].

Задача исследования естественной конвекции в закрытых полостях различной конфигурации является одной из основных тестовых задач для моделирования различных

конвективных процессов в инженерных задачах. Основная часть исследований из этой области посвящено изучению конвекции в прямоугольных полостях с перепадом температур в горизонтальной плоскости (нагрев и охлаждение на боковых стенках).

В исследованиях с вертикальным градиентом температуры интереснее, с точки зрения более сложной пространственно-временной структуры крупномасштабных течений которые могут быть реализованы в этих условиях. Большая часть исследований в этих условиях, были выполнены для цилиндрической [3] и кубической полостей [5, 6]. Численные расчеты конвекции в кубической полости с вертикальным перепадом температур были выполнены для умеренных значений числа Рэлея ( $3,5 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 6 \cdot 10^4$ ) [3-6]. Было продемонстрировано, что даже при малых значениях сверхкритичности в ламинарных режимах возможно образование турбулентных течений различной пространственной структуры.

Для упомянутых выше практических приложений связанных с моделированием процессов на ЯЭУ представляет интерес конвективные течения с развитой турбулентностью при  $10^8 \leq Ra \leq 10^{13}$  и выше, но такие режимы изучались мало. Причина этого в том, что эволюция крупномасштабных течений в турбулентных режимах протекает довольно медленно, и, как показывают эксперименты, для описания временной эволюции крупномасштабных структур требуются от нескольких до десятков часов. Выполнение численного моделирования на таких длительных интервалах времени является нетривиальной задачей и требует тщательного выбора числовой модели и использования вычислительной системы высокой производительности. В связи с этим, процедура верификации численных расчетов приобретает важное значение.

При верификации результатов численного моделирования необходимо обеспечить наиболее репрезентативное сравнение его результатов с имеющимися экспериментальными данными. Выполнение сравнения по мгновенным или наоборот средним характеристикам течения, включая его поля скорости, не позволяет должным образом проверить результаты численных расчетов с точки зрения временной эволюции. С другой стороны, сравнение по временным спектрам, полученным в контрольных точках, также может не обеспечить результат, т.к. репрезентативность выбора их положения можно получить с учетом пространственную структуру течения. В этом случае может помочь использование метода Proper Orthogonal Decomposition (POD), который с одной стороны позволяет выделить основные пространственные характеристики потока, а с другой получить их временные спектральные характеристики.

## **2. Общая схема эксперимента и использования PIV-метода**

Бенчмарк представлял собой куб со стороной 25 см выполненный из оптического стекла толщиной 5 мм, полностью заполненным пресной водой. Поддержание постоянной разницы температур до 20 градусов между верхней и нижней гранью обеспечивала специальная стабилизированная система электрического нагрева дна с обратной связью по датчикам температуры. Соответствующее число Рэлея в эксперименте  $Ra=4.4 \cdot 10^9$  (что соответствует примерно середине интересующего диапазона значений при моделировании реальных условий см. выше). На рис. 1 показаны общая схема эксперимента и отдельный показательный кадр, полученный с большой экспозицией (3 секунды).

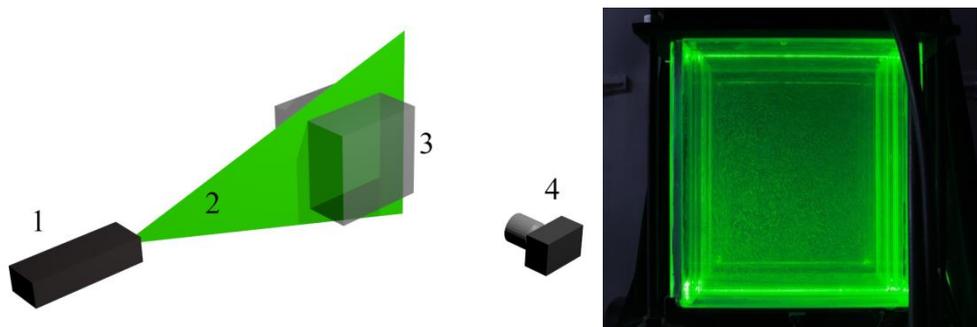


Рис. 1. Слева: общая схема эксперимента: 1- лазер, 2 – лазерный нож, 3 – кубик, 4 – камера. Справа: отдельное изображение, полученное с высокой экспозицией, демонстрирующее крупномасштабные структуры в течении

Для измерений полей скорости течения естественной конвекции, обусловленного вертикальным градиентом температуры, использовался PIV-метод. Исследования проводились по простейшей схеме с непрерывной лазерной подсветкой зеленым лазером диодной накачки LCS-DTL-413 (1,5 Вт, 527 нм). Вертикальный лазерный нож был сформирован из пучка с помощью дефокусирующей цилиндрической линзы (2,5 мм радиус). Для визуализации течения применялись микрочастицы (полые стеклянные шарики HGS) диаметром 10 мкм. Съемка выполнялась серийной камерой Canon EOS 5D Mark II с матрицей CMOS 21,1 Мрх (масштаб полученного изображения 240 мкм/рх). Разрешение съемки 1920 × 1080 с частотой 30 кадров/секунду, выдержка 30 мс. Сравнение с результатами измерений, полученными с помощью серийной 2D-PIV-системой Dantec в тех же условиях, продемонстрировали, что использованная упрощенная система позволяет проводить измерения флуктуаций скорости с разрешением от 0,001 до 15 Гц с точностью не хуже 0,1 мм/с в диапазоне скоростей течений до 2 см/с при выбранном масштабе съемки.

### 3. Обработка данных, получение полей скорости и их анализ

Всего PIV-методом было обработано около 3200 секунд видеозаписи. Выполнялась кросскорреляционная обработка пар последовательных кадров. Окно кросскорреляции было 32 × 32 пикселей, перекрытие 50%. Таким образом шаг по координатной сетке поля скорости 16 пикселей или 3,8 мм. Была использована адаптивная схема поиска кросскорреляционной функции с гауссовой аппроксимацией ее пика по трем точкам, для обеспечения подпиксельной точности, аналогично использованной нами ранее в работе [6]. Полученные поля скорости проходили фильтрационную обработку путем 10-кратной понижающей разрешение выборки во времени. Это было сделано с использованием усреднения с 10-кадровым скользящим окном. Если окно содержало менее 30% нефильтрованных значений скоростей, вместо вычисления усредненного значения, выполнялась линейная интерполяция времени. В результате все измеренные поля скоростей были отфильтрованы и объединены в трехмерный массив, содержащий 61 × 62 × 9587 точек в каждой из которых были измерены две компоненты скорости.

По результатам обработки этого массива получены поля средней скорости и поля дисперсии для каждой из компонент скорости (см. рис. 2), которые, как и ожидалось, демонстрируют наиболее сильные вариации в пристеночных областях. Сравнения полей скорости, полученных усреднением за различные временные интервалы (см. рис. 3), демонстрирует отсутствие каких-либо значимых изменений при временах, превышающих 60 секунд, что дает оценку снизу для времени в течении которого численного счета, результаты которого можно сопоставить с данными настоящего эксперимента, если рассматривать его в качестве эталонного.

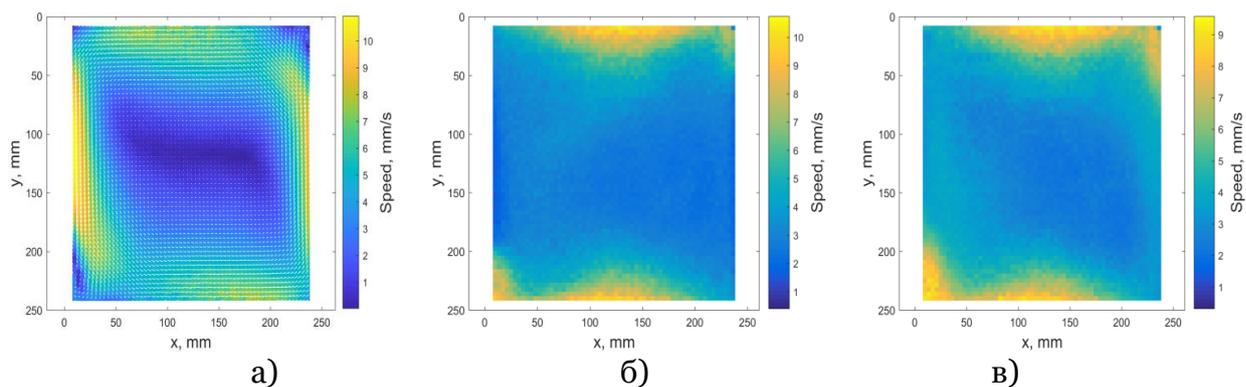


Рис. 2. Поле скорости:  
 а) среднее поле скорости (цветом показан модуль)  
 б) дисперсия для вертикальной компоненты  
 в) дисперсия для горизонтальной компоненты.  
 Амплитуда скорости на цветовой шкале в мм/с.

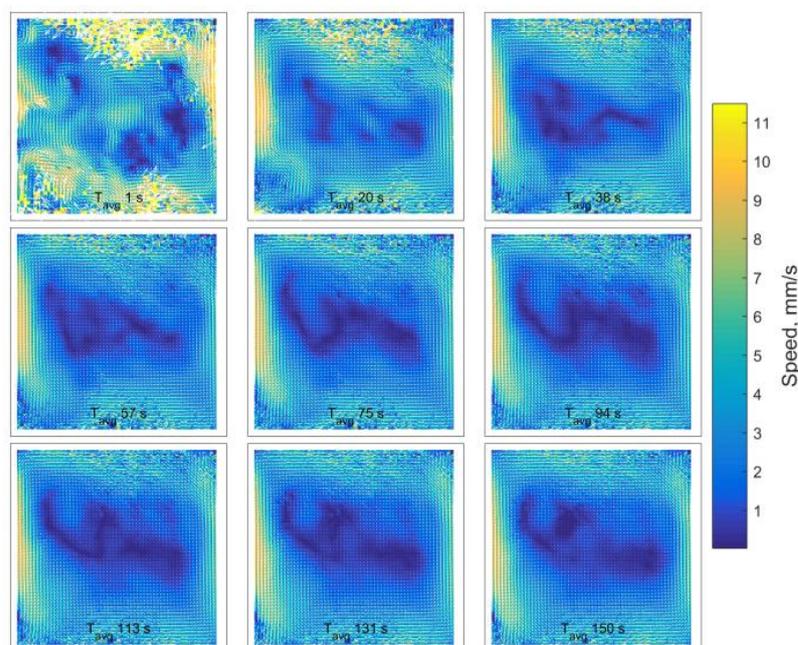


Рис. 3. Поля скорости, полученные для 9 разных времен усреднения в диапазоне от 1 до 150 секунд. Амплитуда скорости на цветовой шкале в мм/с.

#### 4. Описание и результаты применения метода POD

Отсутствие пропусков в узлах координатной сетки и высокое пространственное разрешение полученных полей скоростей позволило успешно использовать метод POD для выделения основных пространственных мод течения.

С результатами использования POD при обработке полей скорости, полученными PIV-методами можно ознакомиться в сравнительно недавно опубликованных работах (см. [8-11]). Например, в работе [8] POD использовали для получения усредненных по фазе статистических характеристик турбулентного следа за телами. В [9] POD был использован для интерпретации данных, полученных в коротких сериях PIV -измерений течений в модели дизельного двигателя с высоким временным разрешением. В [10] POD использовался для исследования связи между характеристиками спектров мощности с наблюдаемыми структурами в потоке над открытой полостью. В [11] POD использовался для восстановления трехмерных структур потока и изучения их времен-

ной эволюции в турбулентной струе в поперечном потоке. Для анализа полей скоростей мы использовали так называемую технику «snapshot POD», в варианте, описанном в [11]. Суть алгоритма POD заключается в представлении мгновенных полей скорости в виде суммы мод с зависящими от времени коэффициентами. Для нахождения этих мод, по имеющемуся ансамблю из  $N$  полей скорости размерности  $l \times m$  используется представление в виде матрицы флуктуационной части обеих компонент скорости:

$$U = [\mathbf{u}^1 \mathbf{u}^2 \dots \mathbf{u}^N] = \begin{bmatrix} u_1^1 & u_1^2 & \dots & u_1^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_m^1 & u_m^2 & \dots & u_m^N \\ v_1^1 & v_1^2 & \dots & v_1^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_m^1 & v_m^2 & \dots & v_m^N \end{bmatrix},$$

здесь  $u$  и  $v$  флуктуационные составляющие горизонтальной и вертикальной компоненты соответственно, а верхний индекс у скорости означает номер поля скорости, а не степень. Далее вычисляется матрица  $\tilde{C} = U^T U$  и решается задача на соответствующие собственные значения  $\tilde{C} \mathbf{A}^i = \lambda^i \mathbf{A}^i$ . Решения берутся в соответствии с собственными значениями в следующей последовательности:  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_N = 0$ , и далее моды POD определяются следующим образом:

$$\phi^i = \frac{\sum_{n=1}^N A_n^i \mathbf{u}^n}{\left\| \sum_{n=1}^N A_n^i \mathbf{u}^n \right\|}, i = 1, \dots, N$$

Для мод POD, представленных в виде  $\Psi = [\phi^1 \phi^2 \dots \phi^N]$ , коэффициенты разложения для выбранного поля скорости с индексом  $n$  выглядят следующим образом  $\mathbf{a}^n = \Psi^T \mathbf{u}^n$ . Соответственно, флуктуационная часть поля скорости для произвольного поля скорости с индексом  $n$  представляется в следующем виде:

$$\mathbf{u}^n = \sum_{i=1}^N a_i^n \phi^i = \Psi \mathbf{a}^n$$

Полученные поля скоростей были обработаны методом POD для получения типичных структур (мод) в течении (Рис. 4). Показано, что установившийся поток можно описать комбинацией среднего потока и первых трех мод (в них содержится до 95% кинетической энергии потока). Показано, что, только начиная с третьей моды, происходит значительное изменение в спектрах амплитудных коэффициентов мод, пик смещается в область более высоких частот до 0,02 Гц по сравнению с первыми двумя модами (0,006 Гц) (Рис. 5).

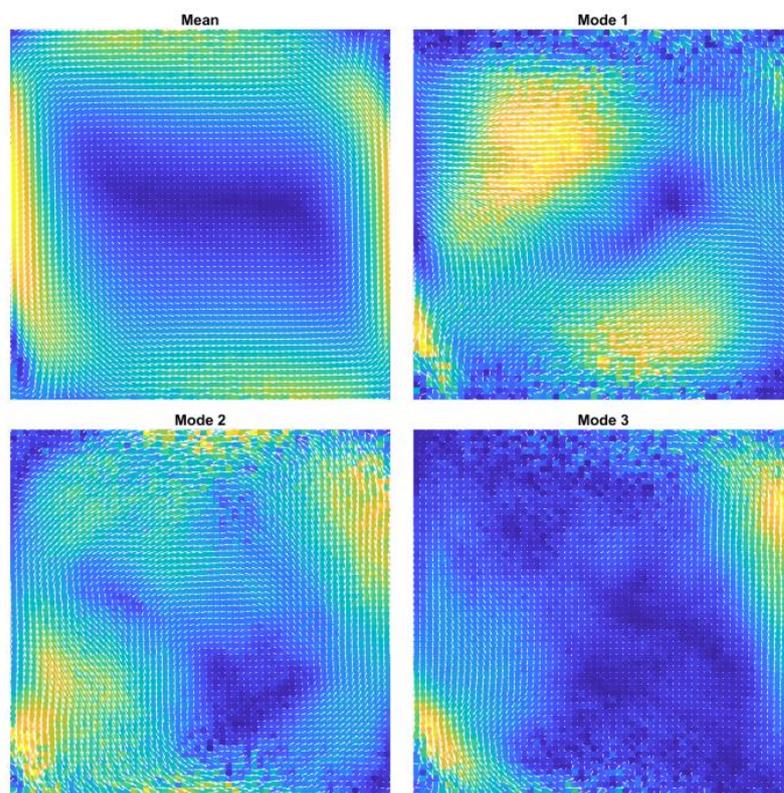


Рис. 4. Среднее поле скорости и три основных моды в порядке убывания кинетической энергии в них

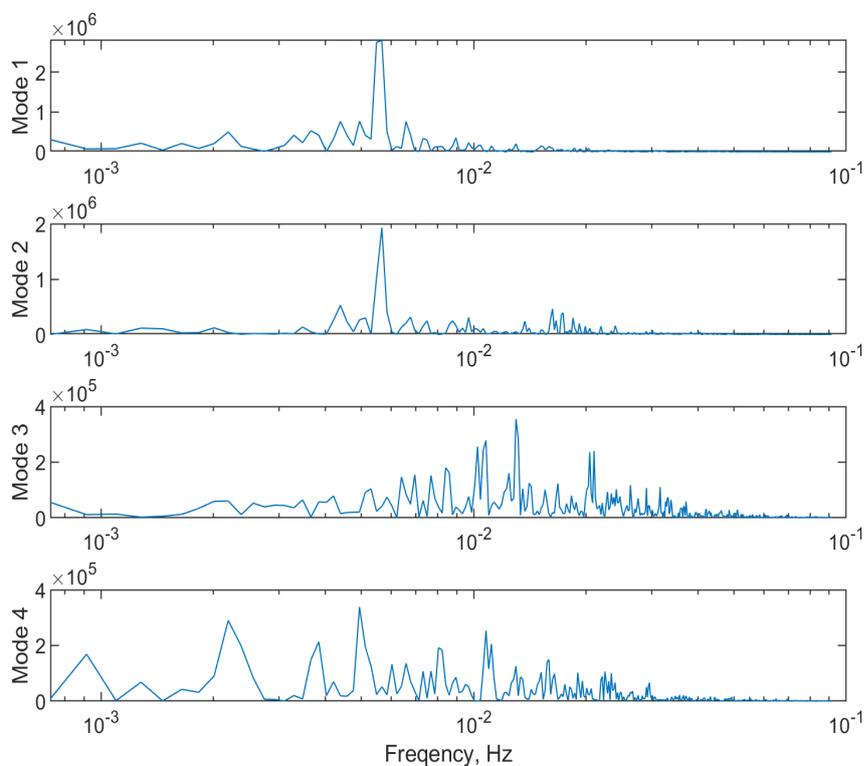


Рис.5. Спектры построенные по временным зависимостям коэффициентов для четырех первых мод (расположены сверху вниз по убыванию средне кинетической энергии флуктуаций).

## 5. Заключение

В интересах задач верификации процессов CFD на энергетических установках, в том числе ядерных выполнялись экспериментальные исследования процессов свободной конвекции на эталонном бенчмарке: кубе, заполненным водой. Эксперименты проводились при постоянном вертикальном градиенте температуры с числом Рэлея  $4,4 \cdot 10^9$ , что соответствует режимам развитой турбулентности. Для измерений использовалась система PIV по простейшей схеме с непрерывным освещением лазерным ножом. Для обработки полученных последовательностей полей скорости применялся метод POD с целью разработки наиболее репрезентативных способов верификации для численных расчетов CFD. Показано, что более 95% кинетической энергии турбулентных флуктуаций определяется комбинацией первых трех мод. Таким образом, сравнение с результатами CFD целесообразно проводить для среднего течения, а также по спектральным характеристикам этих мод. Также выполнены исследования характерных времен установления процессов.

Работа по численному моделированию выполнена при поддержке проекта Российского Фонда Фундаментальных исследований №18-48-520023 p\_a, экспериментальные исследования выполнены при поддержке проекта Российского Научного Фонда №18-19-00473.

## Список литературы

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989.
2. Зимин В.Д., Фрик П.Г. Турбулентная конвекция. М.: Наука, 1988.
3. Ozoe H., Yamamoto K., Churchill S.W., Sayama H. Three-dimensional, numerical analysis of laminar natural convection in a confined fluid heated from below // J. Heat Trans. T. ASME, 1976, V. 98, N. 2, P.202-207.
4. Hernández R., Frederick R.L. Spatial and thermal features of three dimensional Rayleigh-Bénard convection // Int. J. Heat Mass Tran, 1994, V. 37, N. 3, P. 411-424.
5. Pallarés J., Cuesta I., Grau F.X., Giralt F. Natural convection in a cubical cavity heated from below at low Rayleigh numbers // Int. J. Heat Mass Tran, 1996, V. 39, N. 15, P. 3233-3247.
6. Pallarés J., Grau F.X., Giralt F. Flow transitions in laminar Rayleigh-Bénard convection in a cubical cavity at moderate Rayleigh numbers // Int. J. Heat Mass Tran, 1999, V. 42, N. 4, P. 753-769.
7. Сергеев Д.А. Измерительный комплекс для исследования течений жидкости методом Particle Image Velocimetry (PIV) на основе твердотельного лазера с диодной накачкой // Приборы и техника эксперимента, 2009, № 3, С.138-144.
8. Perrin R., Braza M., Cid E., Cazin S., Barthet A., Sevrain A., Mockett C., Thiele F. Obtaining phase averaged turbulence properties in the near wake of a circular cylinder at high Reynolds number using POD // Exp. in Fluids. 2007, V. 43, I. 2, P.341-355.
9. Cosadia I., Borée J., Dumont P. Coupling time-resolved PIV flow-fields and phase-invariant proper orthogonal decomposition for the description of the parameters space in a Diesel transparent engine // Exp. in Fluids, 2007, V. 43, I. 2, P.357-370.
10. Pastur L., Lusseyran F., Fraigneau Y., Podvin B. Determining the spectral signature of spatial coherent structures in an open cavity flow // Physical Review E, 2005, V. 72, 065301.
11. Meyer K.E., Pedersen J.M., Özcan O. A turbulent jet in crossflow analysed with proper orthogonal decomposition. // J. Fluid Mech, 2007, V. 583, P. 199-227.

# Investigation of free convection in the cubic cave with PIV and POD methods

D.A. Sergeev<sup>1</sup>, A.A. Kandaurov<sup>2</sup>

<sup>A</sup> Institute of Applied Physics RAS

<sup>B</sup> Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-4910-3935 , [daniil@appl.sci-nnov.ru](mailto:daniil@appl.sci-nnov.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0002-0014-8887, [green.pb@gmail.com](mailto:green.pb@gmail.com)

## **Abstract**

Investigations of the flow structure on the benchmark “cube” under conditions of free convection caused by a vertical temperature gradient are performed using a low cost PIV-measuring system with continuous laser. The obtained velocity fields were processed with POD method to obtain typical structures (modes) in the flow. It is shown that the steady flow can be described by combination of the first three modes. It is demonstrated that only starting with the third mode there is a significant change in the spectra of the amplitude coefficients of the modes, the peak shifts to the region of higher frequencies. Thus accounting for this mode is essential for describing turbulent processes in the system and verification of numerical calculations.

**Keywords:** verification CFD, free convection, velocity fields, PIV, POD.

## **References**

1. G. Gershun, E. Zhuhovitsky, A. Nepomnyashiy, Stability of convective currents. M.: Science. 1989.
2. V. Zimin, P. Frik, Turulent convection, M.: Science. 1988.
3. Ozoe H., Yamamoto K., Churchill S.W., Sayama H. Three-dimensional, numerical analysis of laminar natural convection in a confined fluid heated from below // J. Heat Trans. T. ASME, 1976, V. 98, N. 2, P.202-207.
4. Hernández R., Frederick R.L. Spatial and thermal features of three dimensional Rayleigh-Bénard convection // Int. J. Heat Mass Tran., 1994, V. 37, N. 3, P. 411-424.
5. Pallarés J., Cuesta I., Grau F.X., Giralt F. Natural convection in a cubical cavity heated from below at low Rayleigh numbers // Int. J. Heat Mass Tran., 1996, V. 39, N. 15, P. 3233-3247.
6. Pallarés J., Grau F.X., Giralt F. Flow transitions in laminar Rayleigh-Bénard convection in a cubical cavity at moderate Rayleigh numbers // Int. J. Heat Mass Tran., 1999, V. 42, N. 4, P. 753-769.
7. Sergeev D.A. A Measuring System for Studying Liquid Flows by the Particle Image Velocimetry Method Based on a Diode-Pumped Solid-State Laser // Instruments and Experimental Techniques, 2009, V. 52, N. 3, P. 1–7.
8. Perrin R., Braza M., Cid E., Cazin S., Barthet A., Sevrain A., Mockett C., Thiele F. Obtaining phase averaged turbulence properties in the near wake of a circular cylinder at high Reynolds number using POD // Exp. in Fluids, 2007, V. 43, I. 2, P.341–355.
9. Cosadia I., Borée J., Dumont P. Coupling time-resolved PIV flow-fields and phase-invariant proper orthogonal decomposition for the description of the parameters space in a Diesel transparent engine // Exp. in Fluids, 2007, V. 43, I. 2, P.357–370.
10. Pastur L., Lusseyran F., Fraigneau Y., Podvin B. Determining the spectral signature of spatial coherent structures in an open cavity flow // Physical Review E, 2005, V. 72, 065301.
11. Meyer K.E., Pedersen J.M., Özcan O. A turbulent jet in crossflow analyzed with proper orthogonal decomposition. // J. Fluid Mech., 2007, V. 583, P. 199-227.